

주택가격 내재과정 추정

2015. 12

목 차

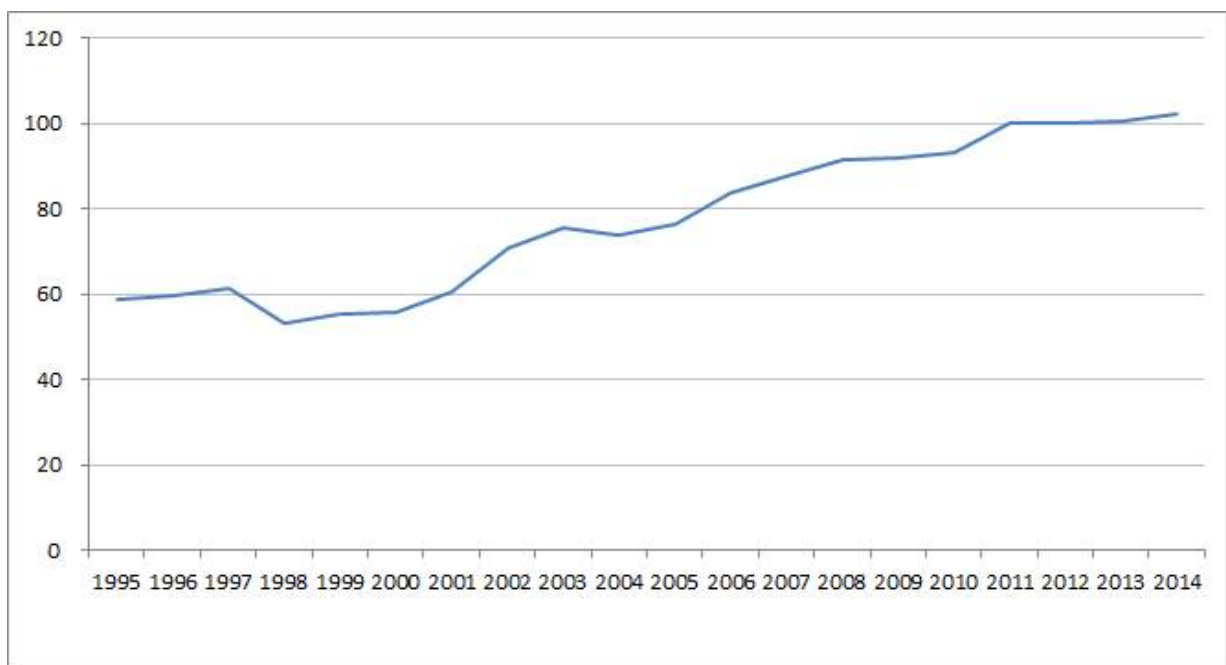
I. 서론	1
II. 내재가치모형	3
III. 내재가치 추정결과	10
IV. 주택가격지수와 감가상각률	12
V. 결론	18

< 요약 >

- ◆ 본 연구는 주택 내재가치 모형을 적용하여 주택가치를 추정하고 이를 주택가격지수와 비교분석하며, 추가로 주택가격지수 변동률 추정시 감가상각률 반영의 타당성을 분석하고 있음
- ◆ 주요 분석결과로 실제 주택가격은 내재가치 대비 고평가(주택가격 > 내재가치)와 저평가(주택가격 < 내재가치)가 교차적으로 나타나는 형태로 2012년 이후 저평가 상태가 지속중인 것으로 나타나고 있음
- ◆ 2012년 이후 저평가는 내재가치 하락으로 해소될 수도 있지만 주택가격이 내재가치로 회귀하는 경향이 존재하므로 분석결과는 주택가격의 상승 가능성을 보다 높게 판단하고 있음
- ◆ 단, 본 결과는 향후 주택가격에 큰 영향을 미칠 경제적 사건(즉, 미연준 금리결정 등)이 미반영된 결과이며 100% 대출을 통한 주택 매입을 가정한 부분에서 한계가 존재함
- ◆ 내재가치 증가율은 1999년 이후 (+)의 부호를 유지하고 있지만 그 절대값은 2012년 이후 다소 감소하고 있는 것으로 나타나는데 주택시장의 성장 잠재력 유지하고 발전시키기 위하여 시장 동향에 대한 특별한 주의와 관심이 요구됨
- ◆ 한편 주택가격지수의 성장률은 감가상각률을 자체적으로 포함하고 있으므로 성장률 추정시 주택가격지수 과거 성장률 자료를 이용할 경우 추가적으로 감가상각률을 고려할 필요가 없는 것으로 판단됨

- 국내 주택가격 지수는 1997년 환란과 2003년 카드 사태를 제외하고 성장세를 나타냈지만 최근 가계부채 문제 등으로 다소 주춤한 상황임
- 이에 따라 현시점에서 주택 내재가치를 파악하여 실제 주택가격의 향방을 가늠해 볼 필요성이 존재함

< 주택가격지수 추이 >



자료: 국민은행

- 주택의 내재가치 추정분야에는 다양한 방법이 존재하지만 본 보고서는 Hott의 내재가치 추정법을 채택함
 - Hott는 주택가격 추정과 관련하여 다음의 3개 논문을 발표하였음
 - Hott(2007), “Explaining House Price Fluctuations”
 - Hott&Monnin(2008), “Housing Bubbles and Interest Rates”
 - Hott&Jokipii(2012), “Fundamental Real Estate Prices: An Empirical Estimation with International Data”

- 이 모형은 주식 가치를 미래 배당 현가의 합으로 보는 것과 같이 주택에서 발생할 임대수익의 현가합을 주택 내재가치로 파악
- 분석결과는 현재 주택가격의 순환적 특성 파악 및 이를 바탕으로 향후 주택가격 변동 추이 전망에 기여할 것으로 기대됨
- 추가적으로 본 연구는 주택가격지수 성장률 추정시 감가상각률 반영의 타당성을 분석하고 그 결과를 설명하고 있음

- Hott의 주택 내재가치 모형은 미래에 발생할 임대료 또는 귀속임대료(Imputed Rent) 현가의 합이 주택 내재가치로 결정되는 형태로 그 결정식은 다음과 같음

$$P_t^* = E_t \left\{ PV \left(\sum_{i=0}^{\infty} H_{t+i} \right) \right\}$$

여기서, H_{t+i} : 미래 $t+i$ 시점 귀속임대료,

PV : 현가 연산자 또는 할인함수,

E_t : t 시점 조건부 기댓값 연산자,

P_t^* : t 시점 주택 내재가치

- 이 모형에서 주택은 거주지로서의 효용과 함께 초과수익 획득을 위한 투자 자산으로서의 역할을 갖는 것으로 가정함
 - 귀속임대료는 주택에 대한 수요와 공급이 일치하는 균형수준으로 결정됨
- 귀속임대료 계산은 모기지금리, 주택유지비율, 주택보유에 따른 기대 자본수익률에 영향을 받는 것으로 가정함
- 모기지금리(m_t)와 관련하여 가계는 주택가격(P_t) 만큼의 자금을 대출로 조달하고 주택보유의 기회비용인 미래 귀속임대료 할인시 모기지금리를 반영함
 - 주택보유의 추가적 기회비용으로 주택유지비(ρ)를 고려함
 - 주택보유에 따른 자본이득은 $(1-\delta)E_t(P_{t+1}) - P_t$ 로 설정하는데 여기서 δ 는 감가상각률을 나타냄

- 귀속임대료(H_t)는 주택보유 비용 즉, 기간별 대출 원리금과 주택 유지비에서 감가상각을 반영한 기대 자본이득을 차감한 값으로 다음 식과 같이 설정됨

$$H_t = (m_t + \rho)P_t - ((1 - \delta)E_t(P_{t+1}) - P_t) \quad (1)$$

- 위 식을 변환하여 가격에 대하여 정리하면 기간별 가격은 귀속임대료와 감가상각을 반영한 다음 기 주택가격 기댓값의 합을 주택 유지비율과 모기지금리로 할인한 형태로 결정됨

$$P_t = \frac{H_t + (1 - \delta)E_t(P_{t+1})}{R_t}, \quad R_t = 1 + \rho + m_t \quad (2)$$

- 위식에서 우변 기댓값 내의 P_{t+1} 을 축차적으로 풀면 다음이 도출되는데 여기서 주택가격은 현재 및 미래 귀속임대료 현가의 합으로 표현됨을 알 수 있음

$$P_t = E_t \left[\frac{H_t}{R_t} + \frac{(1 - \delta)H_{t+1}}{R_t R_{t+1}} + \frac{(1 - \delta)^2 H_{t+2}}{R_t R_{t+1} R_{t+2}} + \dots \right]$$

또는

$$P_t = E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(1 - \delta)^i H_{t+i}}{\prod_{j=0}^i R_{t+j}} \right] \quad (3)$$

- 위식은 재무경제이론에서 주가가 미래 배당금의 현가로 표시되는 현재가치모형(Present Value Model)과 동일함

□ 주택시장의 수요와 공급을 일치시키는 귀속임대료 수준 결정과정은 다음과 같음

- 주택수요는 개별 가계의 소비(c_t) 및 주택매입(d_t)으로 효용을 누리는 가계의 효용 최대화 과정에서 도출되며 가계의 효용함수(U_t)는 다음과 같은 Cobb-Douglas 함수를 가정함

$$U_t = d_t^\alpha c_t^{1-\alpha}$$

여기서, α : 소비에 대한 주택매입의 상대적 선호도

- 개별 가계의 소득(y_t)은 주택매입에 따른 비용($H_t d_t$)과 소비의 합과 같아야 하므로 다음의 제약식을 고려할 수 있음

$$y_t = H_t d_t + c_t$$

- 이러한 효용함수와 제약식이 주어졌을 경우 효용 최대화 주택수요 함수는 다음과 같음

$$d_t = \alpha \frac{y_t}{H_t}$$

- 시장에 서로 동일한 N_t 가구가 존재한다고 가정할 경우 시장의 주택수요함수는 다음과 같이 표현됨

$$D_t = \alpha \frac{Y_t}{H_t}, \quad D_t = N_t d_t, \quad Y_t = N_t y_t$$

- 주택공급(S_t)은 전기 주택공급의 감가상각 차감 후 잔존분과 신규 주택 건설(B_t)의 합으로 결정됨

$$S_t = (1-\delta)S_{t-1} + B_t = (1-\delta)^t S_0 + \sum_{j=1}^t (1-\delta)^{j-1} B_{t-j+1} \quad (4)$$

- 시장 균형조건($D_t = S_t$)에 따라 귀속임대료는 다음과 같이 표현됨

$$H_t = \alpha \frac{Y_t}{S_t} \quad (5)$$

또는

$$H_t = \frac{\alpha Y_t}{(1-\delta)S_{t-1} + B_t} = \frac{\alpha Y_t}{(1-\delta)^t S_0 + \sum_{j=1}^t (1-\delta)^{j-1} B_{t-j+1}}$$

- 위 귀속임대료 식을 (3)식에 대입하면 다음과 같이 주택 내재가치가 미래 소득과 주택공급의 함수로 표현됨

$$P_t^* = E_t \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(1-\delta)^i \alpha Y_{t+i}}{S_{t+i} \prod_{j=0}^i R_{t+j}} \right\} \quad (6)$$

- (6)식은 주택가격을 결정하는 현재 및 미래의 잠재적 귀속임대료를 소득과 주택공급의 함수로 변환한 결과임
- 귀속임대료는 직접 관찰이 불가능하지만 소득과 주택공급은 관찰 가능하므로 위 식의 계산이 가능해짐

□ 소득과 주택공급으로 표현된 주택 내재가치식을 구현하기 위하여 비선형함수형태를 선형으로 변환하고 무한기대 부분을 벡터자기회귀(Vector Autoregressive: VAR) 모형 형태로 풀어서 처리하는 것이 필요함

- 먼저 주요변수의 선형화를 위해 $X_t = P_t/H_t$ 를 가격-귀속임대료 비율로 정의하면 (2)식은 다음과 같이 표현됨

$$X_t = \frac{(1-\delta)X_{t+1}(H_{t+1}/H_t) + 1}{R_t}$$

- 위식의 양변에 로그를 취하고 1차 테일러 근사를 적용하면 다음 식이 도출됨

$$x_t \approx \kappa + \beta(\ln \phi + x_{t+1} + \Delta h_{t+1}) - m_t - \rho \quad (7)$$

여기서, $x_t = \ln X_t$, $\Delta h_t = \ln(H_t/H_{t-1})$,

κ, β : 선형화 상수

- (7)식의 도출은 부록1 참조

- 위 식에서 x_{t+1} 을 축차적으로 풀어서 정리하고 조건부 기댓값을 취하면 다음 식이 도출됨

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i E_t \left(\Delta h_{t+i} - \frac{1}{\beta} m_{t+i} \right) - m_t + c$$

여기서,
$$c = \frac{\kappa + \beta \ln(1 - \phi) - \rho}{1 - \beta}$$

- 한편, (7)식의 가격-귀속임대료 비율을 소득과 주택공급의 함수로 표시하기 위하여 (5)식과 (4)식에 각각 로그를 취한 후 정리하고 이 결과를 (7)식에 대입하면 다음 식이 도출됨

$$x_t^* = \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i E_t \left(\Delta y_{t+i} - \lambda b_{t+i} - \frac{1}{\beta} m_{t+i} \right) - \lambda b_t - m_t + c^* \quad (8)$$

여기서, $x_t^* = p_t^* - y_t + \psi s_t$, ψ, λ, c^* : 선형화 상수

- b_t 에 대한 설명은 부록1 참조

- 결과적으로 가격-귀속임대료 비율은 미래 총소득 성장률과 신규주택 건설 및 미래 모기지금리 기댓값의 함수로 표시됨
- (8)식의 계산은 먼저 우변 기댓값 연산자에 대하여 관찰 가능한 관심변수들의 VAR모형을 추정하고 그 예측함수를 근사시켜 무한등비수열로 표시한 후 그 합을 결정하는 형태로 이루어짐
- 일반적으로 관심변수 벡터(z_t)에 대하여 다음과 같이 VAR(1) 모형을 추정하는 것이 가능함

$$z_t = A z_{t-1} + \eta_t$$

여기서, A 는 상수 행렬

- 이 경우 z_t 의 예측값은 다음과 같이 표현됨

$$E_t(z_{t+i}) = A^i z_t$$

- A 를 활용한 기대 연산자의 처리과정은 부록2 참조

- (8)식을 계산하기 위하여 $z_t = [\tilde{x}_t \ \Delta y_t \ b_t \ m_t]$ 에 대하여 VAR(1)을 추정한 후 기댓값을 대체하면 다음 식이 도출됨

$$x_t^* = (\beta g_1 A (I - \beta A)^{-1} + g_2) z_t + c^*$$

여기서, $\tilde{x}_t = p_t^* - y_t + \psi s_t$,

$$g_1 = [0 \ 1 \ -\lambda \ -\frac{1}{\beta}],$$

$$g_2 = [0 \ 0 \ -\lambda \ -1]$$

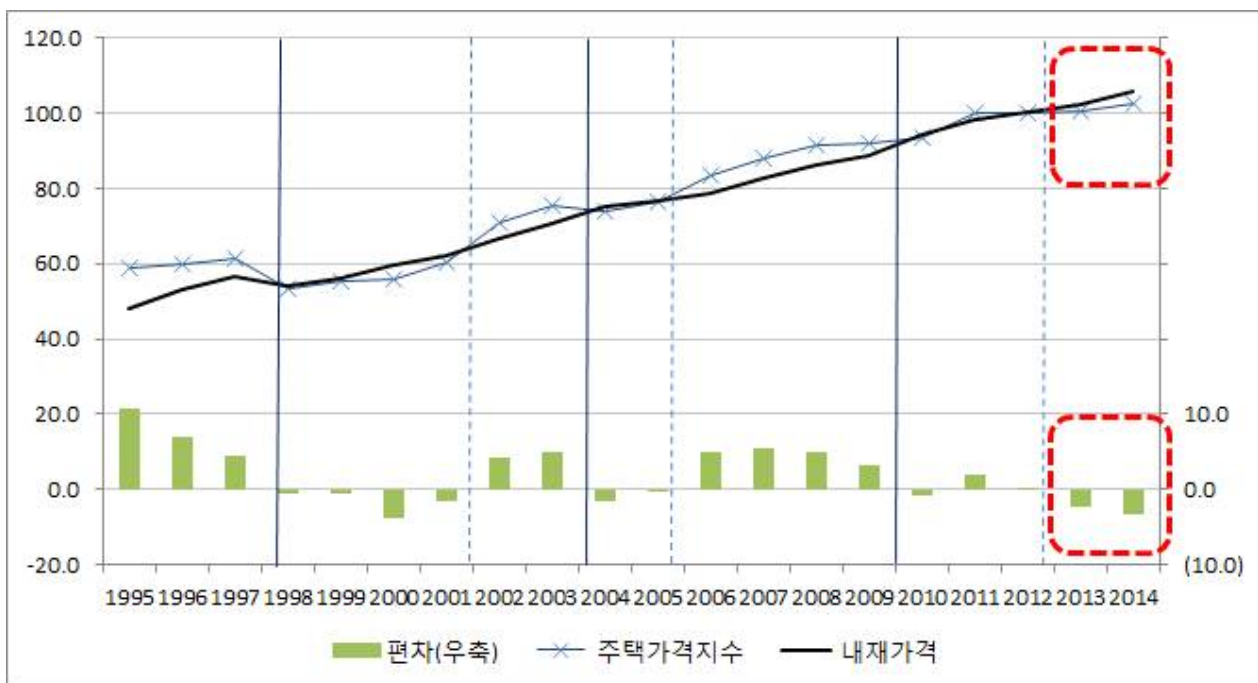
- 필요한 자료는 국내총생산, 주택신규건축수, 모기지금리, 주택가격을 사용함

Ⅲ

내재가치 추정결과

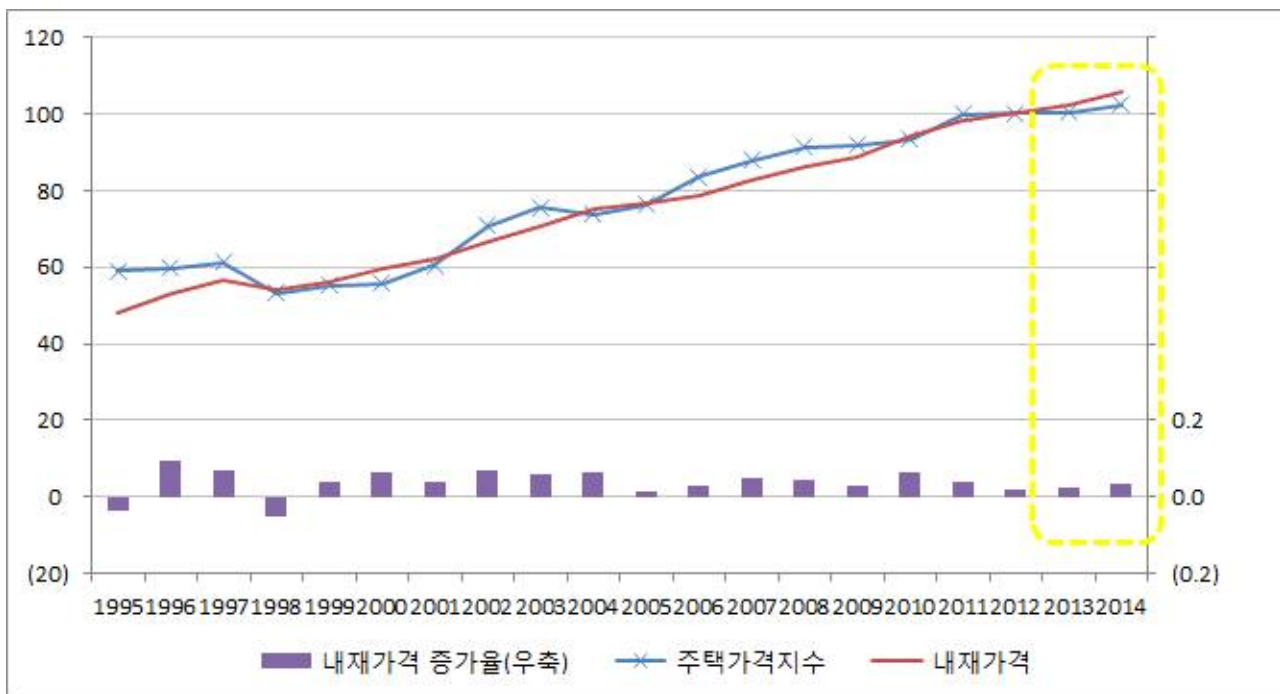
- 실제 주택가격은 내재가치 대비 고평가(주택가격 > 내재가치)와 저평가(주택가격 < 내재가치)가 교차적으로 나타나는 형태로 2012년 이후 저평가 상태가 지속중인 것으로 나타남
- 1990년대 중반에 고평가 상태에서 1998년 이후 4년간 저평가 상태로 전환하였다가 그 이후 2009년까지 고평가 상태를 유지한 것으로 나타남
- 내재가치의 변동은 실제 주택가격 변동에 비하여 상대적으로 평탄한 것으로 나타남
- 2012년 이후 저평가는 내재가치 하락으로 해소될 수도 있지만 주택가격이 내재가치로 회귀하는 경향이 존재하므로 분석결과는 주택가격의 상승 가능성을 보다 높게 판단하고 있음
- 본 내재가치는 금리효과만을 반영하며 주택가격에 영향을 미칠 경제적 사건(美 연준 금리결정 등)에 대한 효과가 未반영된 결과임

주택가격지수 추이



- 내재가치 증가율은 1999년 이후 (+)의 부호를 유지하고 있지만 그 절대값은 2012년 이후 다소 감소하고 있는 것으로 나타나는데 주택시장의 성장 잠재력 유지하고 발전시키기 위하여 시장 동향에 대한 특별한 주의와 관심이 요구됨
- 내재가치는 주택시장의 성장 잠재력을 나타내는 것으로 내재가치 증가율이 (+) 으로 유지되는 것은 다른 큰 경제적 충격이 없다면 주택가격은 내재가치 수준으로 상승할 잠재력이 충분함을 의미함
 - 그러나 증가율 절대값의 감소는 성장 잠재력의 감소를 의미하는 것이므로 이를 유지하기 위하여 가계 소득의 보전과 국내 금리수준에 대한 특별한 관심 및 주의가 요구됨
 - 한편 본 연구는 100% 모기지 대출을 통한 주택매입을 가정한 부분에서 한계점이 존재함

내재가치 증가율 추이

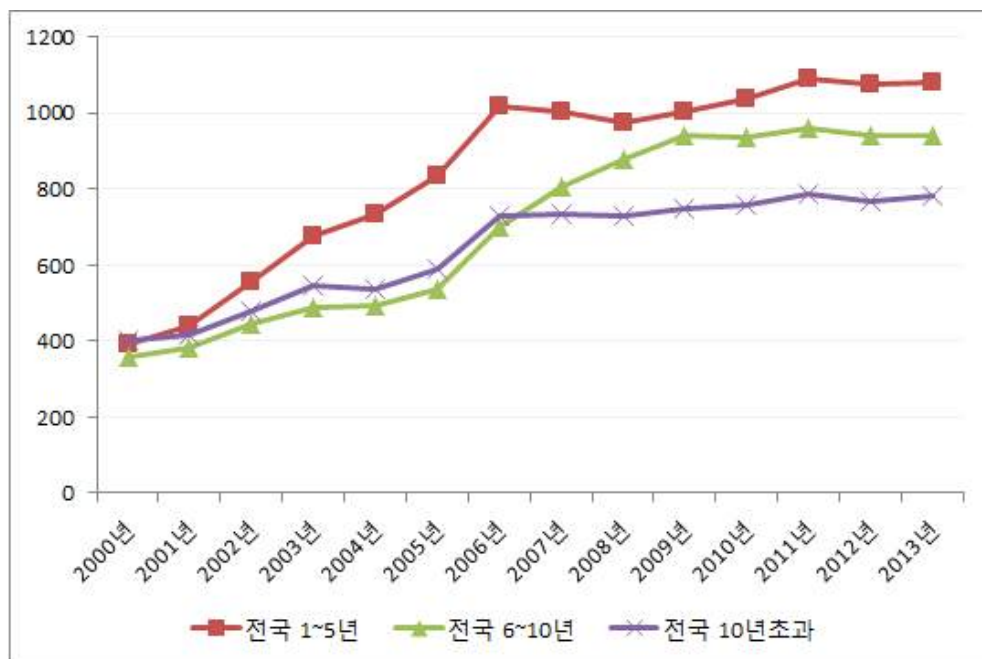


IV

주택가격지수와 감가상각률

- 일반적으로 주택가격지수는 전체 주택 모집단 분포를 대상으로 하여 주택 유형, 지역, 경과년수 등에 따라 표본집단을 선정한 후 해당표본 내 주택가격 변동률을 재고량으로 가중평균하여 계산됨
 - 표본의 개수는 모집단의 비중을 감안하여 결정되며, 표본집단은 모집단 특성 반영도 증진을 위하여 주기적으로 재선정됨
 - 주택가격에 영향을 미치는 주요 요인들은 주택수급과 지가 변동, 감가상각 등을 고려할 수 있음
- 먼저 주택가격에 영향을 미치는 주요 요인중 감가상각을 파악하기 위하여 다음 그림에서와 같이 경과년수별 전국 아파트 평당가 추이를 살펴봄

경과년별 전국 아파트 평당가



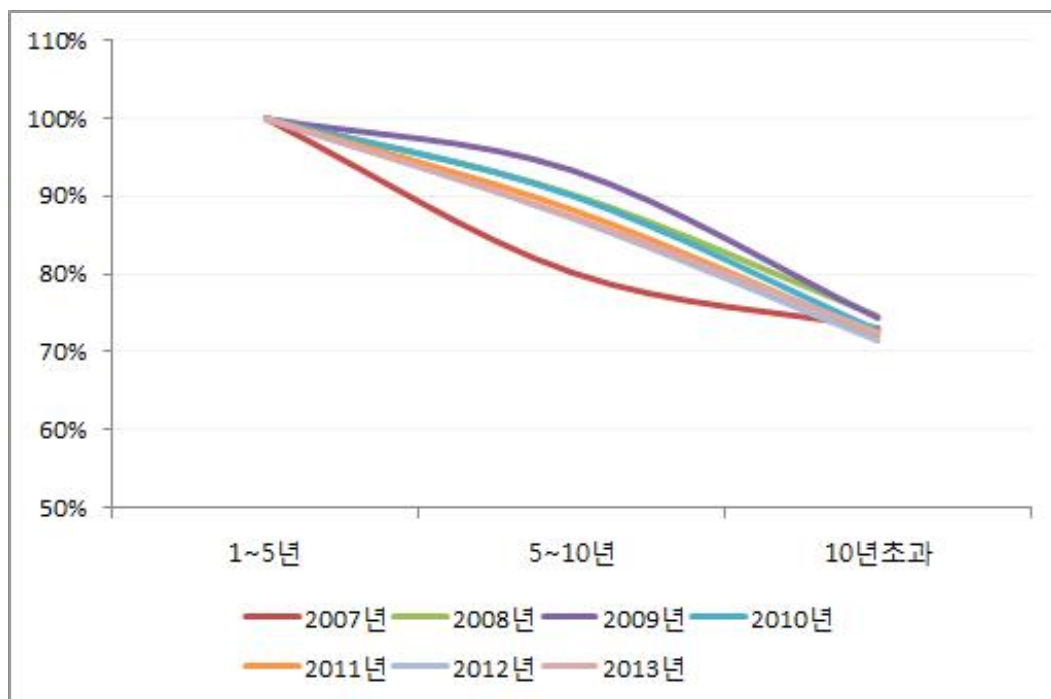
자료: 국민은행

- 전국 아파트 평당가는 2007년 이후 각 연도별로 경과년수가 클수록 낮아지는 모습을 나타내고 있음

- 2006년까지 경과년수 10년초과 아파트의 평당가격이 6~10년에 비하여 높게 나타난 것은 재건축 붐 및 높은 대지지분 특성에 따른 초과 수요에 기인한 것으로 판단됨
- 1~5년 및 10년초과 아파트의 평당가 추이는 2006년 이후 안정적이며 6~10년의 경우 2009년까지 상승추세를 나타냄

□ 다음 그림은 각 연도별 경과기간에 따른 아파트 평당가 추이를 나타내는데 평당가격의 하락은 감가상각의 영향으로 파악됨

경과년에 따른 연도별 전국 아파트 평당가



자료: 국민은행

- 그림의 결과는 각 연도별로 경과년수 1~5년 가격을 100%로 가정하고 이후 경과년수에 대한 가격 비율을 계산한 결과임
- 주택수급 및 지가 효과는 각 연도별로 전체 주택에 영향을 미치므로 위 하락 추세는 감가상각에 영향을 받는 것으로 볼 수 있음

- 개별 주택가격은 전기 주택가격에서 감가상각을 차감한 부분과 해당 주택 또는 동일 유형 주택의 수급에 따른 가격변동 및 지가변동을 반영하여 결정되며 이를 식으로 표현하면 다음과 같음

$$P_t = (1 - \delta)P_{t-1} + \epsilon_t$$

여기서, P_t : t 기 주택가격, δ : 감가상각률,

ϵ_t : 주택수급 및 지가에 따른 변동

- 개별주택가격은 수급에 따른 변동이 없을 경우 시간의 경과에 따라 건물 가치가 감가상각되며 잔존 건물 가치와 토지지분 만큼의 가치를 갖게 됨
- 주택가격지수에서 감가상각의 효과를 파악하기 위하여 다음 모형을 고려함
- 이 모형은 주택 내구연수를 40년, 감가상각률을 δ 로 가정함
 - $P_{1,t}$ 는 t 기에 주택 건축 또는 입주 후 1기간 경과한 주택의 가격으로 이 가격은 $t+1$ 기 $P_{2,t+1}$ 의 기준이 됨
 - $P_{0,t}$ 는 분양가격 또는 입주시 가격을 의미함

경과년별 주택가격

경과년수	t	$t+1$
0	$P_{0,t}$	$P_{0,t+1}$
1	$P_{1,t}$	$P_{1,t+1}$
2	$P_{2,t}$	$P_{2,t+1}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
40	$P_{40,t}$	$P_{40,t+1}$

여기서, $P_{i,t}$: 경과년수가 i 인 t 기 주택가격, $P_{0,t}$: 주택입주가격

- 경과년수를 고려한 주택가격 동학은 다음과 같이 표현됨

$$P_{i,t} = (1 - \delta)P_{i-1,t-1} + \epsilon_{i,t} \quad (9)$$

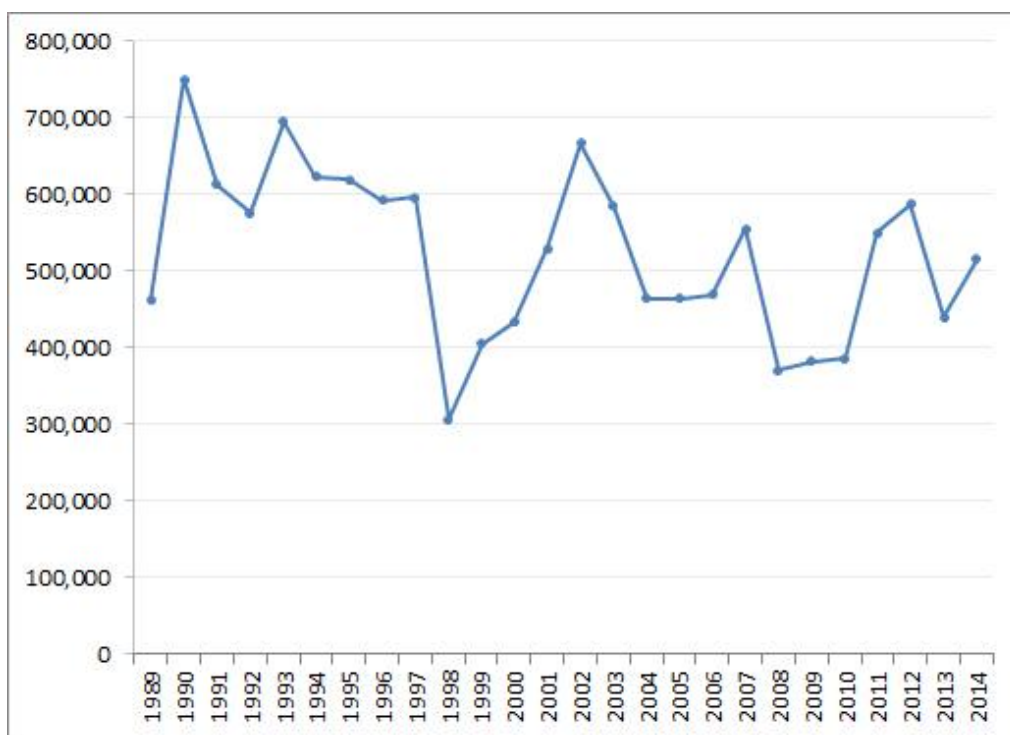
- 일반적으로 주택가격지수 산정을 위한 표본은 신규입주 주택가격을 제외하고 경과물 위주로 구성되므로 주택가격지수를 다음과 같이 표현할 수 있음

$$HPI_t = \sum_{i=1}^{40} \omega_{i,t} P_{i,t}$$

여기서, $\omega_{i,t}$: 경과년수가 i 인 t 기 주택의 가중치

- 주택가격지수는 비교시점과 기준시점간 주택가격 가중합 비율로 표현되지만 본 연구에서는 논의의 편의를 위해 주택가격 가중합을 주택가격지수로 간주함
- 주택가격지수 구성시 신규 분양 또는 입주 주택가격은 일반적으로 포함되지 않음
- 다음 그림을 보면 1989년 이후 신규주택 건설호수는 평균 52만호로 추정되는데 이 수준에서 공급 및 멸실 호수가 유지되는 것으로 가정함

신규주택 건설호수 추이



자료: 한국은행

- $t+1$ 기 주택가격지수를 위식과 같은 형태로 표시한 후 이를 변환하면 다음과 같음

$$\begin{aligned}
 HPI_{t+1} &= \sum_{i=1}^{40} \omega_{i,t+1} P_{i,t+1} \\
 &= \sum_{i=1}^{40} \omega_{i,t+1} ((1-\delta)P_{i-1,t} + \epsilon_{i,t+1}) \\
 &= (1-\delta) \sum_{i=1}^{40} \omega_{i,t+1} P_{i-1,t} + \sum_{i=1}^{40} \omega_{i,t+1} \epsilon_{i,t+1} \\
 &= (1-\delta) \left(\sum_{i=1}^{40} \omega_{i,t} P_{i,t} + \omega_{1,t+1} P_{0,t} - \omega_{40,t} P_{40,t} \right) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{40} \omega_{i,t+1} \epsilon_{i,t+1} \\
 &(\because) \omega_{i,t+1} \approx \omega_{i-1,t}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (1-\delta)HPI_t + (1-\delta)(\omega_{1,t+1}P_{0,t} - \omega_{40,t}P_{40,t}) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{40} \omega_{i,t+1}\epsilon_{i,t+1}
\end{aligned}$$

- $t+1$ 기 주택가격지수는 전기 주택가격지수에서 감가상각을 차감하고 신규 및 멸실 주택을 조정한 후 해당기 주택 수급에 따른 가격 및 지가 변동분을 반영한 결과임
- 주택 감가상각을 고려할 경우 주택가격지수는 감소하는 경향을 나타내지만 경험적 주택가격지수는 뚜렷한 상승 추세가 존재하므로 성장률에 있어서 감가상각의 효과는 크지 않은 것으로 나타남
- 위 마지막 식을 변환하면 다음 식이 도출되는데, 좌변의 주택가격지수의 변동률은 우변에서와 같이 자체적으로 감가상각을 포함하고 있음을 알 수 있음

$$\begin{aligned}
\frac{HPI_{t+1} - HPI_t}{HPI_t} &= -\delta + \frac{(1-\delta)(\omega_{1,t+1}P_{0,t} - \omega_{40,t}P_{40,t})}{HPI_t} \\
&\quad + \frac{\sum_{i=1}^{40} \omega_{i,t+1}\epsilon_{i,t+1}}{HPI_t}
\end{aligned}$$

□ 결론적으로 주택가격지수 변동률은 자체적으로 감가상각을 포함하고 있으므로 지수 변동률 바탕으로 성장률 추정시 감가상각을 고려할 필요가 없는 것으로 판단됨

- 단, 성장률 추정시 과거 주택가격지수를 사용한 경우에 감가상각 고려가 불필요한 것이며 만일 다른 시장수급 또는 거시경제 요인 바탕으로 추정할 경우에는 감가상각을 별도로 고려해야 함
- 또한, 신규 주택건설 및 멸실 호수가 안정적인 수준으로 유지된다는 가정이 위배될 경우 주택가격지수 성장률에 나타나는 감가상각률은 가중치의 변동을 반영할 필요성이 존재함

- 본 연구는 주택 내재가치 모형을 적용하여 국내 주택가격지수로 부터 내재가치를 추정하여 그 의미를 살펴보고, 덧붙여 주택가격지수 변동률 산정시 감가상각률 반영의 타당성을 조사하였음
- 주요 분석결과로 실제 주택가격은 내재가치 대비 고평가(주택가격 > 내재가치)와 저평가(주택가격 < 내재가치)가 교차적으로 나타나는 형태로 2012년 이후 저평가 상태가 지속중인 것으로 나타남
 - 2012년 이후 저평가는 내재가치 하락으로 해소될 수도 있지만 주택가격이 내재가치로 회귀하는 경향이 존재하므로 분석결과는 주택가격의 상승 가능성을 보다 높게 판단하고 있음
 - 단, 본 분석결과는 향후 주택가격에 큰 영향을 미칠 경제적 이벤트(즉, 미 연준 금리결정 등)에 대한 반영이 결여된 결과임
- 내재가치 증가율은 1999년 이후 (+)의 부호를 유지하고 있지만 그 절대값은 2012년 이후 다소 감소하고 있는 것으로 나타나는데 주택시장의 성장 잠재력 유지 및 발전을 위하여 시장 동향에 대한 특별한 주의와 관심이 요구됨
- 본 모형의 결과는 주택에 대하여 100% 모기지 대출을 통한 매입을 가정한 부분에서 한계가 존재함
- 한편 주택가격지수의 성장률은 감가상각률을 포함하고 있으므로 성장률 추정시 주택가격지수 과거 성장률 자료를 이용할 경우 별도로 감가상각률을 고려할 필요가 없는 것으로 판단됨

부록1 (7)식 도출 과정

$$\log(A+B) = \log A \left(1 + \frac{B}{A}\right) = a + \log(1 + \exp(b-a))$$

이제 $x = b - a$, $f(x) = \log(1 + \exp(x))$ 라 하면

테일러 근사식에 의해 $f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ 이므로

$$\log(A+B) \simeq \kappa + (1-\phi)b + \phi a$$

여기서, $\phi = 1/(1 + \exp(x_0))$, $\kappa = -\log\phi - (1-\phi)\log(1/\phi - 1)$

위 결과를 이용하여 $A = (1-\delta)X_{t+1}(H_{t+1}/H_t)$, $B = 1$ 로 두고
전개하면 X_t 의 선형 변환식을 도출할 수 있음

유사한 방식으로 $A = S_{t-1}$, $B = B_{t-1}$ 로 두면 주택공급식

$$S_t = (1-\delta)S_{t-1} + B_{t-1}$$

은 다음 식으로 변환됨

$$s_t \approx \kappa_2 + \theta s_{t-1} + (1-\theta)b_{t-1}$$

여기서, $\theta = 1/(1 + \exp(b_0 - \log(1-\delta) - s_0))$,

$$\kappa_2 = -\log\theta - (1-\theta)\log(1/\theta - 1)$$

부록2 행렬 무한등비수열의 합

$$z_t = Az_{t-1} + \eta_t$$

$$E_t(z_{t+i}) = A^i z_t$$

$$\begin{aligned} x_t &= \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i E_t[z_{t+i}] \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i A^i z_t \end{aligned}$$

$$\text{한편, } Q = \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i A^i \rightarrow (I - \beta A)Q = I \rightarrow Q = (I - \beta A)^{-1} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x_t = (I - \beta A)^{-1} z_t$$