

MBS 콜옵션 가치 평가 연구

송완영 연구위원

안세룡 연구위원



국민과 함께 성장하는 글로벌 주택금융 리더

주택금융시장/정책

MBS 콜옵션 가치 평가 연구

2017. 12. 14



-
- 작성자 : 연구위원 송완영 (051-663-8157 / 7608@hf.go.kr)
연구위원 안세룡 (051-663-8175 / sahn@hf.go.kr)
 - 본 조사연구는 한국주택금융공사와 부산대 산업수학센터와의 협약을 통해 송완영 연구위원(한국주택금융공사), 안세룡 연구위원(한국주택금융공사), 윤지훈 교수(부산대 수학과)가 공동으로 수행한 연구입니다.
 - 본고의 내용은 필자의 개인 의견으로 한국주택금융공사의 공식적인 견해와 다를 수 있습니다.
-

목 차

I. 개요	1
1. 연구의 배경 및 목적	1
2. 선행연구	3
II. 문제 설정 및 결과 분석	4
1. MBS 콜옵션 가격결정 방법론 개괄	4
2. Step 1 모형 설정 및 분석 결과	8
3. Step 2 & 3 연구 방향	18
III. 결론 및 시사점	21
참 고 문 헌	22

요 약

■ 본 연구는 공사 MBS 콜옵션의 가치를 계산할 수 있는 엄밀한 형태의 수리적인 모형을 제안하는 것을 목표로 함

- 공사의 CMO 방식 MBS에 포함된 콜옵션의 가치 평가는 학계 및 관련 업계에서 해결하지 못한 난제
- 본 연구는 부산대 산업수학센터와의 협력연구로, 총 3년에 걸쳐 3단계로 연구가 진행되며 본 보고서는 해당 연구의 1차년도 연구 결과

■ 확률적 이자율 모형과 미국형 수익상환채권 가격 결정 방법론을 적용하여 1단위의 콜옵션 가치를 계산

- 확률적 이자율 모형의 Monte Carlo 시뮬레이션을 위해 이자율 모형은 Hull & White 1-Factor 모형을, 옵션 가치 결정은 LSMC 방법론을 이용
- 이후 여러 모수값의 변화에 따른 콜 옵션 및 채권의 가치 변화에 대한 시사점을 제공

■ 본 연구의 방법론은 공사의 실무 측면에서 보면 여전히 기초 단계이나, 콜 행사에 대한 직관을 제공한다는 점에서 의미가 있음

- 보유가치 평가에 대한 방법론을 제공하여 공사 실무진이 콜 행사 여부를 결정하는 데 있어 보유가치를 고려할 수 있는 방향을 제시
- 이후 Step 2, Step 3가 해결되면 MBS의 가격 불확실성을 감소시켜 MBS 발행 및 거래 활성화에 크게 기여할 것으로 기대

I. 개요

1. 연구의 배경 및 목적

■ 연구 배경

- 주택금융공사의 MBS는 다음 [표1]과 같이 8개의 선순위 트렌치 및 1개의 후순위 트렌치로 구성된 CMO(Collateralized Mortgage Obligation) 형태로 발행

[표1] KHFC MBS 2017-29 발행구조

구분	종목	발행금액	만기	금리	이자지급	신용등급	Call조건
선순위	I-1	886억	1년	1.969%	3개월 이표	AAA	-
선순위	I-2	1,600억	2년	2.22%	3개월 이표	AAA	-
선순위	I-3	1,300억	3년	2.385%	3개월 이표	AAA	-
선순위	I-4	2,100억	5년	2.701%	3개월 이표	AAA	3개월 이후
선순위	I-5	1,200억	7년	2.711%	3개월 이표	AAA	2년 이후
선순위	I-6	800억	10년	2.725%	3개월 이표	AAA	3년 이후
선순위	I-7	400억	15년	2.725%	3개월 이표	AAA	4년 이후
선순위	I-8	100억	20년	2.685%	3개월 이표	AAA	5년 이후
후순위	II-1	3억	21년	14.052%	만기일시 연단리	BB	-

※ 자료: 한국주택금융공사 K-MBS

- 모든 트렌치의 원금지급은 만기상환이며, 다만 I-4 트렌치부터 I-8 트렌치는 콜옵션 행사 여부에 따라 원금상환 시기가 가변적
- 이러한 콜옵션은 MBS 발행자인 공사에 유리한 옵션이므로 MBS 투자자는 이 옵션의 가치를 평가하여 그에 해당하는 추가 수익률을 요구

- 그러나 이 MBS 콜옵션 가치 평가는 학계 및 관련 업계에서 해결하지 못한 난제
 - 공사는 콜 행사 시점과 금액을 Trial & Error 방식으로 탐색하여 대지급이 발생하지 않도록 MBS 발행구조를 결정
 - 이후 채권평가사는 발행된 MBS의 구조를 감안하여 역시 Trial & Error 방식으로 콜 행사를 가정하여 대지급이 발생하지 않는 MBS 현금흐름을 구성, 이후 MBS의 수익률을 평가
- 이렇듯 CMO 방식 MBS의 발행구조가 복잡하여 MBS 가치 및 콜옵션 가격을 평가할 수 있는 수학적 모델링이 난해한 상황
 - 이러한 가치 평가 방법론의 부재는 MBS에 대한 투자 및 유통 저해요인으로 작용할 우려가 있어 향후 공사 유통화 사업의 성장을 위해 반드시 해결해야 할 문제

■ 연구 목적 및 방향

- 본 연구는 기본적으로 공사 MBS 콜옵션의 가치를 계산할 수 있는 엄밀한 형태의 수리적인 모형을 제안하는 것을 그 목표로 함
 - 특별히 본 연구는 부산대 산업수학센터와의 협력연구로 진행되며, 총 3년에 걸쳐 3단계로 연구가 진행될 계획
- 본 보고서는 해당 연구의 1차 년도 연구 결과이며, 이후 협력연구 진행 계획에 따라 2년간 후속 연구가 이어질 계획
- 또한 본 보고서에서 전체적인 MBS 콜옵션 가치 평가 연구의 방향을 제시하여 공사 실무에 대한 적용 가능성을 살펴봄

2. 선행연구

- 본 연구와 관련한 선행연구 가운데 본 절에서는 공사 MBS 및 조기상환을 관련한 공사 내부 선행연구를 주로 살펴봄
 - 각 구체적인 방법론에 대한 선행연구들은 각 방법론 설명 시 간략하게 소개

■ 공사 MBS 관련 선행연구

- 공사 MBS 관련 선행연구 가운데 본 연구와 관계있는 MBS 가치 평가 방법론에 관한 연구로는 다음과 같은 연구가 있음
 - 김계홍(2015)은 국내채권시장에서 MBS의 채권시장 영향력을 강화하기 위해 공사 MBS 콜옵션의 엄밀한 평가 기법 개발이 필수적이라고 주장
 - 안세룡(2015)은 OAS(Option-Adjusted Spread)를 적용한 MBS 가치 평가 방법론을 개괄하며 콜옵션에 대한 스프레드를 시장가격에서 거꾸로 산출해 내어 MBS 가격을 평가할 수 있음을 설명
 - 태현욱 외(2017)은 Pass-Through MBS의 가격 결정 방법을 제시

■ 공사 MBS 조기상환을 관련 선행연구

- 또한 MBS 현금흐름의 중요한 요소인 조기상환에 대한 공사 내부 연구로는 다음과 같은 연구가 있음
 - 김계홍(2013)은 공사 MBS 조기상환율의 구조요인을 추출하고 이를 중립화하여 단순 경사로형 조기상환모형인 PSK(Prepayment Standard Korea) 모형을 제시
 - 안세룡(2016)은 축약형 조기상환 모형을 소개하여 공사 MBS 콜옵션에 대한 해당 모형들의 적용 가능성을 탐색

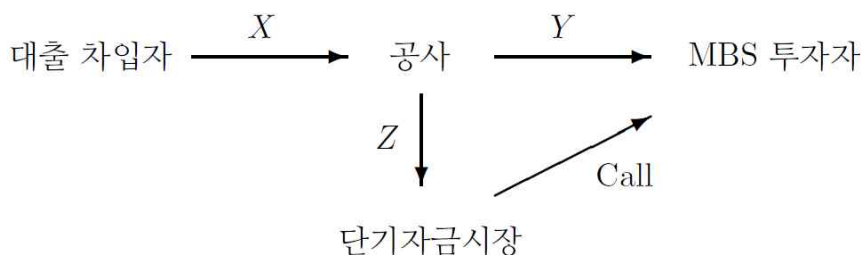
II. 문제 설정 및 결과 분석

1. MBS 콜옵션 가격결정 방법론 개괄

■ 공사 MBS 콜옵션 구조

- 공사 MBS의 콜옵션 구조는 간략히 다음 [그림1]과 같이 나타낼 수 있음

[그림1] 공사 MBS 콜옵션 구조

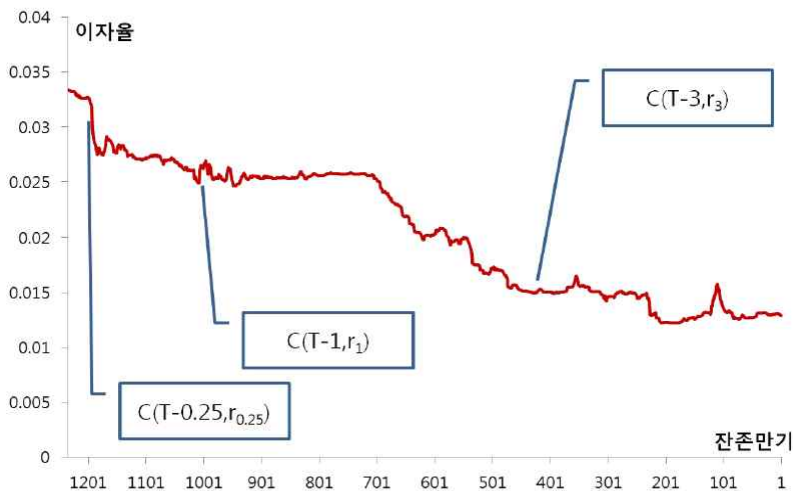


- 여기서 X 는 주택담보대출 차입자의 원리금 상환금액, Y 는 공사가 MBS 투자자에게 지급하는 정상상환 스케줄에 따른 원리금
- Z 는 공사가 MBS 투자자에게 원리금을 상환한 이후 여유자금이며, 단기자금 시장에서 운용 후 시장 상황 및 MBS 콜 조건에 따라 공사가 콜 행사 결정
- 공사 MBS 콜 행사를 위한 자금은 해당 신탁의 여유자금으로만 조달할 수 있어 콜 행사 금액은 Z 의 함수로 결정
- 이러한 공사 MBS 콜옵션 가치 평가를 위해 다음과 같이 3개의 단계를 설정하여 매년 1단계씩 연구를 수행함
 - Step 1: 1단위의 콜옵션 가격 계산
 - Step 2: 1트렌치의 콜옵션 가격 계산
 - Step 3: 각 트렌치별 콜옵션 가격 계산

■ Step 1 - 1단위의 콜옵션 가격 계산

- Step 1은 미국형 수의상환채권(American Callable Bond) 계산 방법론을 도입하여 1단위 콜옵션의 가격을 계산하는 방법론을 제시
 - 공사 MBS의 콜옵션은 주어진 기간 동안 언제나 행사 가능하다는 점에서 유럽형 콜옵션(European Call Option)과는 다름
 - 또한 실제 공사 MBS 콜옵션은 주어진 특정시기(원리금 상환일)에만 행사가 가능한 점에서 Bermudan Callable Bond와 더 가깝다고 할 수 있으나 계산의 수월성을 위해 미국형 옵션으로 모형함
- 확률적 이자율 모형을 도입하여 주어진 시점 t 의 이자율 r_t 가 주어진 상황에서 잔존만기 τ 를 가진 미국형 수의상환채권의 가격을 $C(\tau, r_t)$ 로 정의함

[그림2] 콜옵션 가격 평가 Step 1

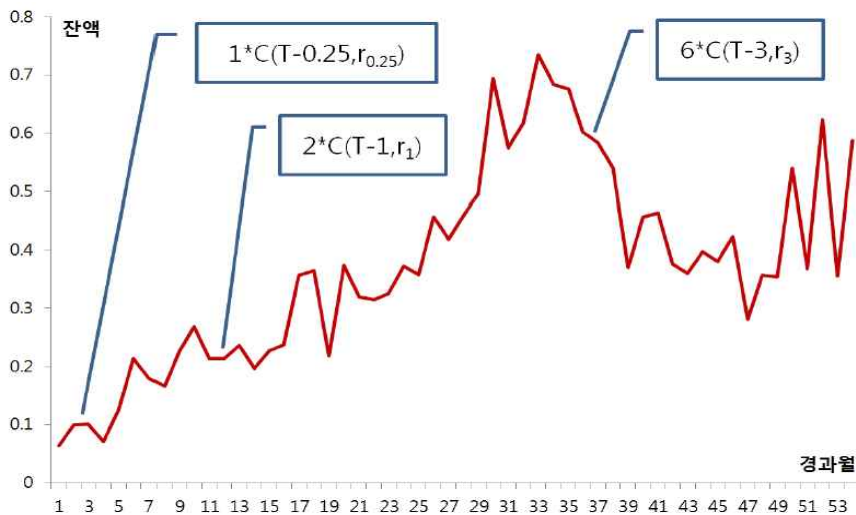


- [그림2]에서와 같이 미래 이자율이 시뮬레이션되면 해당 시점에서 특정 만기를 가진 미국형 수의상환채권의 가격을 계산하고자 함

■ Step 2 - 1트렌치의 콜옵션 가격 계산

- Step 1에서 1단위의 미국형 수의상환채권의 가격이 계산되면 조기상환 모형과 접목하여 MBS 1트렌치의 콜옵션 가격을 계산할 수 있음
 - MBS 콜옵션은 계약 상 각 트렌치 최초 발행금액의 1% 단위씩 행사할 수 있으며, 행사 금액은 해당 신탁의 여유자금으로만 가능
 - 따라서 특정 시점에 해당 신탁의 여유자금 정도를 시뮬레이션하기 위해선 차입자의 조기상환에 대한 모형이 필수
- 조기상환 모형이 설정되면 다음 [그림3]과 같이 해당 시점에 공사가 행사 가능한 콜옵션 개수를 시뮬레이션할 수 있음

[그림3] 콜옵션 가격 평가 Step 2

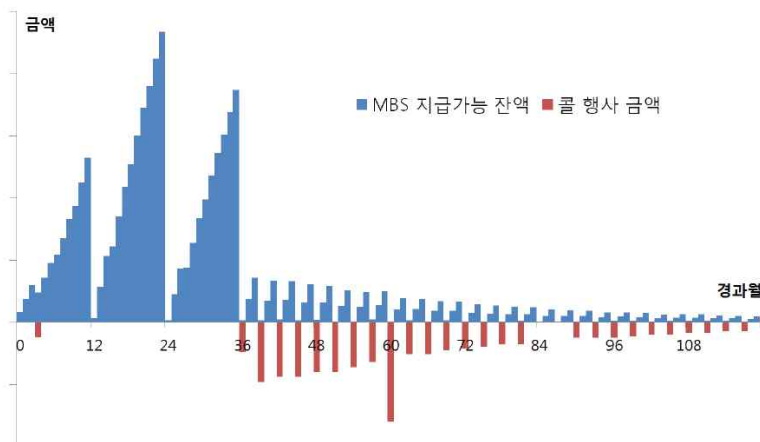


- 다만 조기상환은 시장 이자율과 밀접한 관련이 있으므로, 이자율 프로세스와 조기상환을 프로세스의 상관관계를 반영할 수 있도록 모형 고안 필요

■ Step 3 - 각 트렌치별 콜옵션 가격 계산

- Step 2는 실제적으로 I-4트렌치의 콜옵션 가격을 계산한 것과 동일
 - 예를 들어 I-5트렌치는 MBS 발행 구조 상 2년 이후 콜 행사가 가능하나, 동시에 I-4트렌치의 원금이 모두 상환된 이후 콜 행사 가능함
 - I-4트렌치는 3개월 이후부터 콜 행사 가능하므로, MBS 원리금 상환이 3개월 주기인 것을 감안하면 첫 번째 원리금 지급일부터 행사 가능
 - 그러므로 I-5 ~ I-8트렌치에 포함된 콜옵션은 Step 2의 방법론을 적용함과 동시에 각 트렌치보다 콜 행사 우선순위에 있는 트렌치의 원금상환 완료 시점을 반영할 필요가 있음
- 그러므로 Step 3에는 MBS의 발행 구조가 반영될 수 있는 모형이 필요
 - I-4트렌치 콜 행사 역시 I-1 ~ I-3트렌치의 발행금액과 발행금리를 반영하여 신탁여유자금을 추정해야 함
 - I-5부터 이후 트렌치 역시 이전 트렌치의 발행금액과 발행금리에 따라 현금 흐름 스케줄이 크게 변동
 - 따라서 각 트렌치의 발행금액과 발행금리가 상태변수(State Variables)로 포함된 복합적인 모형 필요
 - 다음 [그림4]는 하나의 MBS 전체 현금흐름과 콜 행사 예시

[그림4] 콜옵션 가격 평가 Step 3



2. Step 1 모형 설정 및 분석 결과

■ 모형 설정 개요

- Step 1은 확률적 이자율 프로세스를 생성하고, 주어진 이자율 path에 대해 콜 행사 여부를 결정하는 모형을 설정함
 - 이자율 모형은 Hull & White 1-Factor 모형을 적용
 - 미국형 수의상환채권 가격 결정을 위해 forward-looking exercise가 가능한 LSMC(Least Squares Monte Carlo) 방법론을 적용

■ 이자율 모형

- 이자율 모형은 다음과 같은 Hull & White 1-Factor 모형을 이용

$$dr(t) = [\theta(t) - ar(t)]dt + \sigma dW^Q(t) \quad (1)$$

- $r(t)$: t 시점 초단기이자율
- $W^Q(t)$: 위험중립측도 하에서 t 시점 표준 브라운 운동
- a : 장기 평균으로 수렴하는 속도
- σ : 이자율변동성
- $\theta(t)$: 초기 이자율 구간구조 만족하도록 다음과 같은 식으로 결정

$$\theta(t) = \frac{\partial f R(0,t)}{\partial t} + af(0,t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at}) \quad (2)$$

- $f(0,t)$: 순간 선도이자율

$$f(0,t) = t \frac{\partial f R(0,t)}{\partial t} + R(0,t) \quad (3)$$

- $R(0,t)$: s 시점 관찰되는 t 만기의 현물이자율

- Hull & White 1-Factor 모형을 이용하여 현물이자율을 도출하려면 다음과 같이 t 시점에 평가한 만기 T 의 무이표채 가격 계산 과정이 필요함

$$\begin{aligned}
 P(t, T) &= e^{-R(t, T)(T-t)} = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)} \\
 B(t, T) &= \frac{1 - e^{-(T-t)}}{a} \\
 \log A(t, T) &= \log \frac{P(0, T)}{P(0, t)} - B(t, T) \frac{\partial \log P(0, t)}{\partial t} \\
 &\quad - \frac{\sigma^2}{4a^3} (e^{-aT} - e^{-at})^2 (e^{2at} - 1)
 \end{aligned} \tag{4}$$

- 다음과 같이 무이표채 가격으로부터 t 시점 및 만기 T 의 현물이자율을 도출할 수 있음

$$R(t, T) = - \frac{\log A(t, T) - B(t, T)r(t)}{T-t} \tag{5}$$

- 위 식에서 계산된 현물이자율을 이용하여 이자율 변동에 따른 채권가격의 변동을 시뮬레이션할 수 있음

● 모수 추정 결과 $a=0.004623$, $\sigma=0.002511$ 을 얻음

- '07년 5월부터 '17년 5월까지 국고채 수익률을 이용
- 다만 이후 시뮬레이션 적용 모수값은 임의로 조정
- 초기 이자율 기간구조는 다음 [표2]에 나타난 '17.11.09일 종가 기준 국채 수익률을 적용

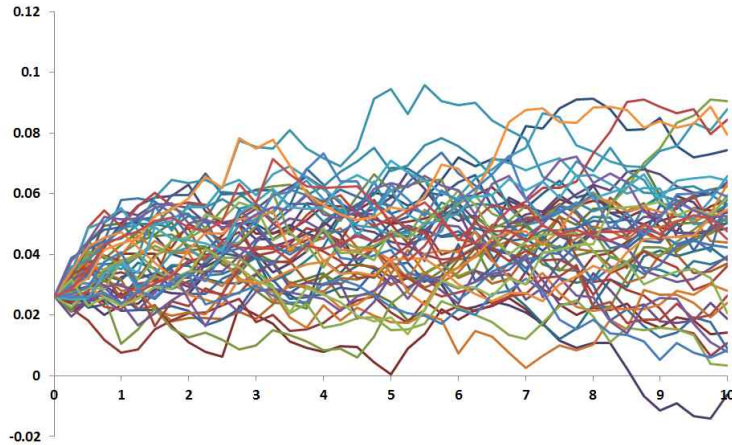
[표2] 이자율 기간구조

만기(년)	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2	2.5	3
수익률	1.359	1.499	1.638	1.752	1.987	2.061	2.094	2.145
만기(년)	4	5	7	10	20	30	50	
수익률	2.316	2.355	2.486	2.532	2.5	2.497	2.497	

※ 자료 : 금융투자협회 채권정보센터, 민평평균

- 추정된 모수를 이용하여 10년간의 short rate 추이를 살펴보면 다음 [그림5]와 같음

[그림5] 이자율 모형 Short Rate 추이



- [그림5]는 50회 시뮬레이션 결과이며, 실제 Step 1 수행 시 각 10,000번 시뮬레이션 수행
- 모델의 특성 상, 특정 상태에서 이자율이 마이너스인 경우가 발생할 수 있으므로 계산 프로세스에서 제외하는 작업 필요

■ LSMC 방법론

- 미국형 수의상환채권의 경우 앞선 이자율 모형과 같은 Monte Carlo 시뮬레이션 상에서 다음 [그림 6]과 같이 최적행사규칙을 정하기는 어려움

[그림6] 수의상환채권 콜 행사 여부 예시



- Monte Carlo 방법론은 특정 시점에서 바라볼 때 미래 이자율 변동이 여전히 확률적인데, 미국형 옵션의 경우 미래 옵션 가격변동을 미리 알아야 해당 시점에서 행사 여부를 결정할 수 있기 때문
- 이런 제약 때문에 미국형 옵션의 경우 만기 시점부터 가치를 계산하여 시간 역순으로 가치를 계산해 내려오는 형태의 접근법을 주로 이용
- Longstaff and Schwartz(2001)는 각 행사가능시점에서 옵션 보유가치를 근사적으로 추정하고, 이에 따라 조기행사여부를 결정하는 LSMC 방법을 고안
 - 이 방법은 매 시점마다 옵션 행사 없이 그대로 보유할 때 얻게 되는 보유 가치와 옵션을 행사할 때 얻게 되는 행사가치를 계산, 둘 가운데 보유가치가 크면 옵션 행사를 미루고 행사가치가 크면 그 시점에서 행사하는 방법
 - 수의상환채권 행사가치의 경우 다음 식(6)과 같이 상대적으로 간단히 계산됨

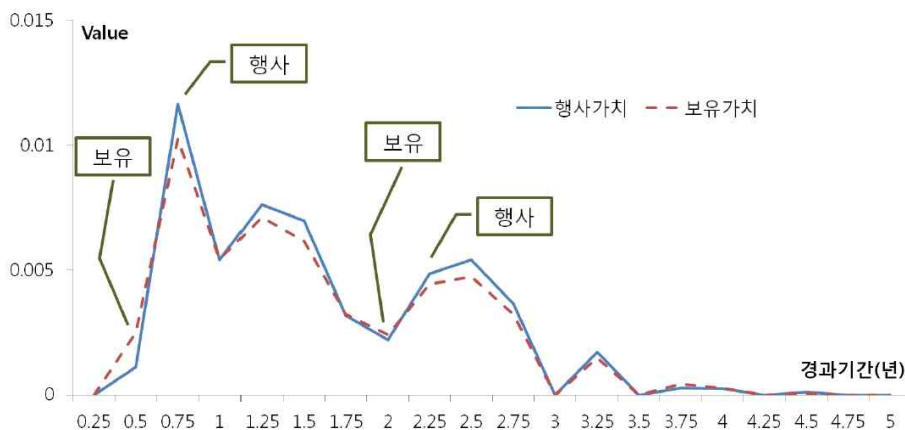
$$\text{행사가치} = \max(\text{채권가격} - \text{액면가}, 0) \quad (6)$$

- 다만 보유가치는 계산이 어려운데, Longstaff and Schwartz(2001)는 2차함수 형태의 회귀식 역시 제안했으나 본 연구에선 다음 식(7)과 같은 Laguerre Polynomials를 이용하여 계산

$$\begin{aligned} \text{보유가치} = & \beta_0 + \beta_1(1-BP) + \beta_2(1-2BP + \frac{1}{2}BP^2) \\ & + \frac{\beta_3}{6}(6-18BP + \frac{9}{2}BP^2 - BP^3) \end{aligned} \quad (7)$$

- 식(7)의 각 계수인 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ 를 회귀분석을 통해 추정

[그림7] 행사가치와 보유가치 예시



- 전체적인 LSMC 접근법은 다음과 같은 순서로 적용함
 - ① Monte Carlo 시뮬레이션을 이용하여 이자율 path 생성
 - ② 만기까지 행사하지 않는다는 가정 하에 옵션 실행 시 얻는 행사치 계산
 - ③ 만기 직전 행사영역의 path에 대한 옵션 보유가치를 회귀분석으로 추정
 - ④ 추정한 보유가치와 행사가치 비교로 행사여부 결정 및 현금흐름 계산
 - ⑤ 이를 0 시점까지 반복 수행함
- 이러한 방법론을 통해 미국형 수의상환채권의 가격을 계산하여 동일한 만기와 금리 및 이자 지급 주기를 가진 일반채권의 가격에서 미국형 수의상환채권의 가격을 차감하면 콜옵션의 가격을 얻을 수 있음

■ 수의상환채권 가격 분석

- 이제 [표2]의 기간구조와 다음 [표3]의 모수값을 이용하여 이자율 모형과 LSMC 방법론을 적용한 결과를 제시하고 분석함

[표3] 시뮬레이션 모수값

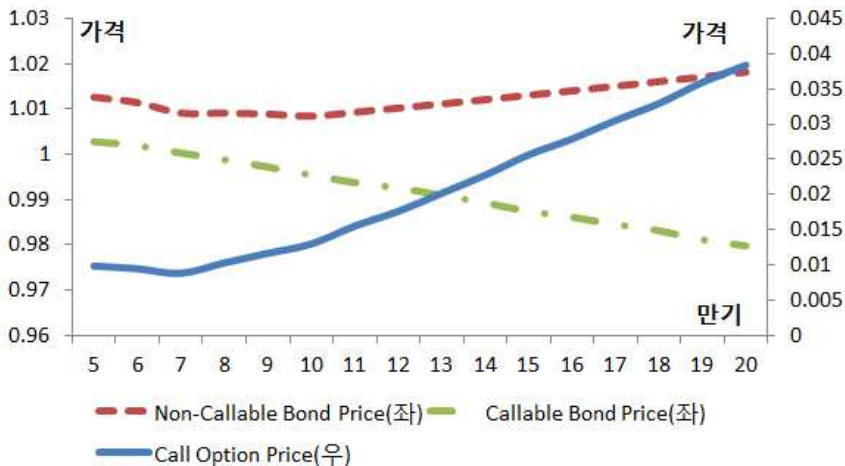
액면가	1	만기	5년	이자지급	3개월 이표
이자율	2.619%	a	0.0046226	σ	0.002511

- [표3]의 모수 가운데 만기와 금리변동성 σ 를 달리해가며 결과 분석
 - 콜옵션 가치에 대한 a 값 움직임의 영향은 매우 미미하여 생략
 - 또한 [표2]의 기간구조 금리를 상하 평행이동해가며 결과 분석

■ 채권 만기 변동에 따른 수의상환채권 가격 분석

- 다음 [그림8]은 [표3]의 모수 가운데 만기를 달리해 가면서 일반채권 가격(Non-Callable Bond Price), 수의상환채권가격(Callable Bond Price), 콜옵션 가격(Call Option Price)을 관찰한 결과

[그림8] 채권 만기 변동에 따른 수의상환채권 가격



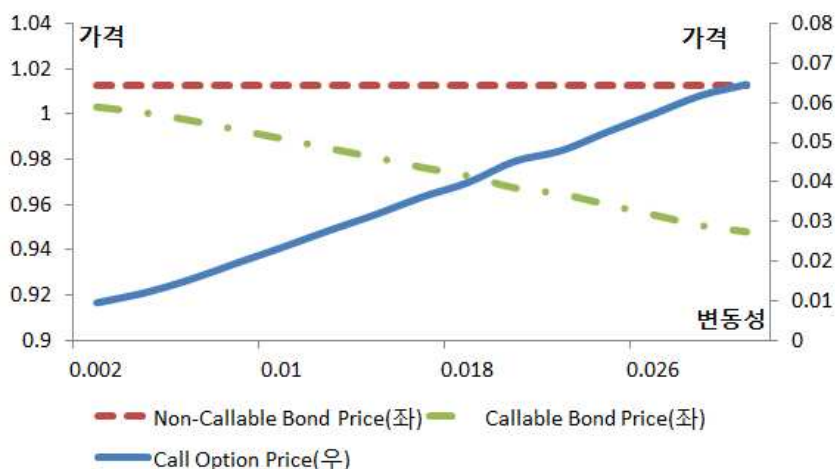
- 만기는 MBS 콜 트렌치의 만기를 따라 5년~20년까지 변동

- [그림8]의 결과를 통해 만기가 길어질수록 일반채권의 가격과 콜옵션 가격은 항상 상승하지는 않으나 대체로 상승함을 알 수 있음
 - 현재 [표3]의 쿠폰 이자율은 [표2]의 현물이자율보다 높으므로 가격이 1 이상이며, 기간이 길어질수록 이자마진으로 인해 채권 가격이 상승함
 - 다만 5~10년 사이 채권 가격이 조금 하락하는 것은 [표2]의 기간구조 상 선도 이자율(Forward Interest Rate)의 급격한 상승/하락에 따라 오히려 만기가 짧은 채권이 더 비쌀 수도 있기 때문
 - 콜옵션 가치는 콜 행사 가능 시기의 증가로 인해 만기가 길어지면서 상승하기 마련
- 다만 수의상환채권의 가치는 만기가 길어질수록 하락하는 경향
 - 이는 만기가 길어질수록 만기 이전 콜 행사 가능성이 상승하고, 이로 인해 쿠폰 이자율의 이자마진을 충분히 누리지 못할 가능성이 있기 때문

■ 이자율 변동성에 따른 수익상환채권 가격 분석

- 이자율 변동성을 나타내는 σ 를 달리해가며 시뮬레이션 수행
 - σ 가 증가(감소)하면 이자율의 변동성이 증가(감소)한다는 의미
- 다음 [그림9]는 σ 의 변동에 따른 시뮬레이션 결과

[그림9] 금리 변동성에 따른 수익상환채권 가격

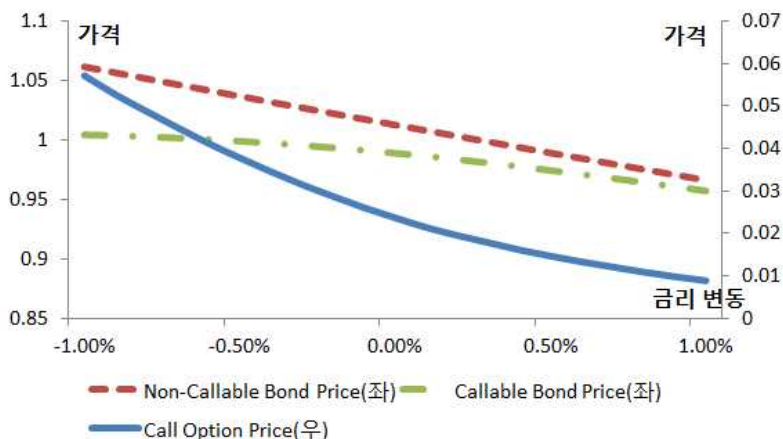


- 일반채권가격은 금리변동성과 관계없으나, 콜옵션 가치는 변동성이 증가할수록 상승함
- 이는 이자율 변동성이 증가하면 이자율 하락폭이 더 커질 수 있어 콜옵션 보유자의 행사 가능성이 증대하는 반면 이자율 상승폭은 커지더라도 옵션을 행사하지 않고 보유하므로 옵션 보유자에게 유리한 상황
- 이로 인해 수익상환채권 가격은 금리변동성이 증가함에 따라 감소

■ 이자율 수준 변동에 따른 수의상환채권 가격 분석

- 다음 [그림10]은 [표2]의 이자율 기간구조 전체를 상하 평행이동시켜 가며 콜옵션 가치를 관찰한 결과

[그림10] 금리 수준 변동에 따른 수의상환채권 가격

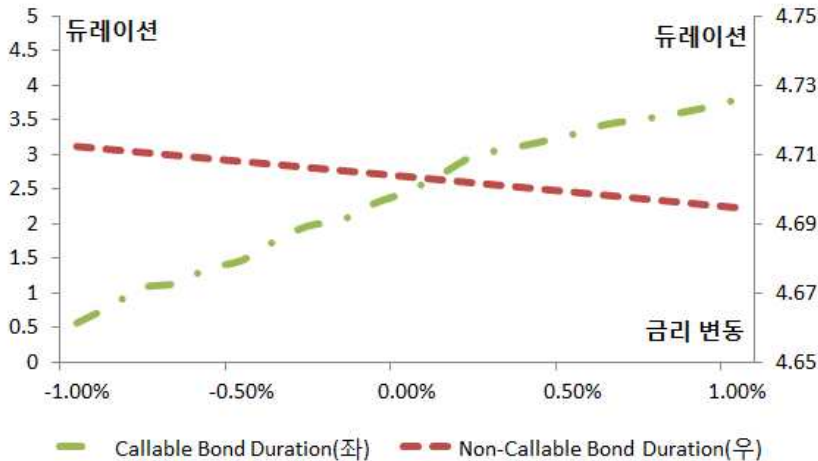


- 기본적으로 금리 수준이 상승함에 따라 일반채권과 수의상환채권 모두 가치가 하락함을 확인
- 또한 콜옵션 가격 역시 금리 수준이 상승하면서 하락하는데, 이는 시장 금리가 전체적으로 상승하면 콜 행사 가능성이 감소함에 따라 옵션의 가치가 줄어들기 때문
- [그림10]에서 x축의 금리변동폭이 크지 않아 일반채권의 가격변동 기울기가 직선에 가깝게 나타났으나 실제로는 볼록한(convex) 형태
- 그림에도 불구하고 수의상환채권의 가격은 오목(concave)하게 나타나 negative convexity를 가지고 있음을 확인

■ 이자율 수준 변동에 따른 수익상환채권 듀레이션 분석

- 다음 [그림11]은 수익상환채권과 일반채권의 듀레이션을 비교한 결과

[그림11] 금리 수준 변동에 따른 듀레이션 변화



- 다만 [그림11]의 듀레이션은 다음 식(8)을 이용하여 계산한 유효 듀레이션 (Effective Duration, 이후 ED)임

$$ED = \frac{P_- - P_+}{2P \times \Delta y} \quad (8)$$

- 여기서 P_- 는 금리 하락 시 채권 가격, P_+ 는 금리 상승 시 채권 가격, P 는 현재 금리에서의 채권 가격, 그리고 Δy 는 이자율 변동폭
- [그림11]에 나타난바와 같이 수익상환채권과 일반채권의 듀레이션은 반대 방향으로 움직임
- 금리가 상승하면 일반채권의 금리 변동에 대한 민감도는 감소하게 마련이며, 달리 말하면 할인율이 상승함에 따라 초기 현금흐름의 중요도가 커진다는 의미
- 그에 반해 수익상환채권은 금리가 상승함에 따라 듀레이션이 증가하는데, 이는 금리가 상승하면 콜 행사 시점이 늦어져 해당 채권의 만기가 증가하게 됨을 의미

- 다만 모든 금리 변동폭에 대하여 수익상환채권의 듀레이션은 일반채권의 듀레이션보다 작거나 같음을 확인

3. Step 2 & 3 연구 방향

■ Step 2 연구 방향

- Step 2는 앞서 서술한 바와 같이 조기상환 모형과 이자율 모형을 접목시키는 것이 핵심
 - 공사 MBS 콜옵션은 해당 트렌치 최초 발행금액의 1% 단위로 행사 가능하므로 최초 발행 시 각 트렌치별로 콜옵션 100단위가 보유 가능한 것으로 생각할 수 있음
 - 그러나 콜 행사 자금은 신탁 여유자금만으로 조달 가능하므로, 최초 발행 시 콜옵션 0단위를 보유한 상황에서 신탁 여유자금 상황에 따라 보유 옵션 개수가 변화
- 현재 계획 중인 조기상환 프로세스는 안세룡(2016)에서 언급한 Kau et al.(2004)이 제시한 축약형 조기상환 모형임
 - 축약형 조기상환 모형은 조기상환이 대출 차입자의 의사결정이지만 공사 입장에서는 외생적인 변수로 가정할 수 있음을 착안하여 조기상환 프로세스를 외부적인 특정 random process로 가정할 수 있게 함
 - 따라서 이는 조기상환이 내생적으로 결정되는 구조적(structural) 조기상환 모형에 비해 계량적인 모형 적용에 탁월함
- Kau et al.(2004)의 모형을 간단히 소개하면 다음과 같음
 - Kau et al.(2004)은 다음 식(9)-식(10)과 같이 축약형 조기상환모형을 제시함

$$dp_0(t) = \kappa(\theta(t) - p_0(t))dt + \sigma \sqrt{p_0(t)} dW^P \quad (9)$$

$$p(t) = e^{\beta' X(t)} p_0(t) \quad (10)$$

- 여기서 $p_0(t)$ 가 t 시점의 베이스 조기상환율로 CIR(Cox-Ingersoll-Ross) 형태를 가짐

- $p(t)$ 가 t 시점의 조기상환율로 베이스 조기상환율과 $e^{\beta'X(t)}$ 의 계수와 곱으로 결정됨
- 또한 $X(t)$ 는 t 시점의 외부변수들인데, 이 변수 벡터에 조기상환율에 영향을 미칠 것으로 기대되는 거시 및 미시변수를 포함시켜 조기상환율이 이러한 외생 변수의 움직임의 영향을 받을 수 있도록 모형
- 따라서 β 은 해당 외부변수에 대한 조기상환율의 민감도를 의미
- Step 2 해결을 위해선 양질의 데이터를 확보하거나, 부족한 데이터에서도 적절한 모수값을 찾아낼 수 있는 방법론을 확보해야 함
- 식(1)의 브라운 운동 항 dW^Q 와 식(9)의 브라운 운동 항 dW^P 는 확률 측도 (Probability Measure)가 달라 하나의 확률 공간에서 시뮬레이션 할 수 없음
- dW^Q 는 위험중립확률(Risk-Neutral Probability) 공간에서 정의된 브라운 운동으로, 시장에서 거래되는 채권가격으로부터 산출해낸 확률 공간의 브라운 운동
- 이에 반해 dW^P 는 실제 조기상환율 프로세스를 관찰하여 얻은 실제 측도 (Actual Measure) 하에서의 브라운 운동
- 충분한 시장 거래 데이터가 있으면 실제확률측도는 위험중립측도로 변환 (Measure Change)이 가능하나, 조기상환옵션 자체가 시장에서 거래되지 않고, 조기상환옵션을 포함한 MBS의 거래 데이터 역시 충분하지 않은 상황
- 그러므로 데이터를 확보하거나 부족한 데이터 상에서 해결할 수 있는 방향을 찾는 것이 Step 2 문제 해결의 관건
- Kau et al.(2004)의 경우 30년 만기 고정금리 MBS의 30년 동안의 거래 데이터를 수집하여 모수를 추출
- 물론 공사 MBS의 데이터가 Kau et al.(2004)의 모수 추출 방식에 적합한지 먼저 검증하는 단계도 필요

■ Step 3 연구 방향

- Step 3는 Step 2가 해결되면 해당 MBS의 발행 구조 하에서 대지급이 발생하지 않는 콜 행사를 반영할 수 있는 방법론이 필요
 - I-4트렌치의 경우 Step 2의 조기상환율이 생성된 상태에서 I-1 ~ I-3트렌치의 원리금 상환을 위한 여유자금을 얼마나 가져가는지를 결정하는 것이 관건
 - 따라서 I-4트렌치 콜옵션은 I-1 ~ I-3트렌치의 발행 구조를 상태변수로 설정하고 대지급 발생 가능성을 특정 확률 이하로 하는 제약조건을 포함하여 옵션 행사 여부를 결정하는 모형이 바람직해 보임
 - I-5트렌치 및 이후 트렌치는 발행 구조 상 2년 이후 콜 행사 가능하나, 실질적으로는 I-4트렌치가 3년 이후 전액 상환되는 점을 생각하면 I-4트렌치의 완전 상환시점만 계산되면 매우 간단한 가격 결정이 이루어질 것으로 기대함

III. 결론

■ 결론 및 시사점

- 본 연구는 공사 MBS 콜옵션 가치 평가를 위한 첫 번째 단계인 미국형 수의상환채권의 가격 결정 방법을 설명하고 있음
 - 확률적 이자율 모형의 Monte Carlo 시뮬레이션을 위해 이자율 모형은 Hull & White 1-Factor 모형을, 옵션 가치 결정은 LSMC 방법론을 이용
- 또한 본 연구는 다음 단계인 축약형 조기상환 모형 연구에 대한 방향을 제시하고, 그 적용 가능성을 논의하고 있음
 - 축약형 조기상환 모형과 이자율 모형의 접합이 관건으로, 이 문제가 해결되면 Step 2 역시 수월하게 해결될 것으로 기대
 - 이후 Step 3는 대지급 관련 문제를 도입해야 하므로, 추후 깊이 있는 연구가 필요함
- 본 연구의 방법론은 공사의 실무 측면에서 보면 여전히 기초 단계이나, 어느 정도 콜 행사에 대한 직관을 제공한다는 점에서 의미가 있음
 - 보유가치 평가에 대한 방법론을 제공하여 공사 실무진이 콜 행사 여부를 결정하는 데 있어 보유가치를 고려할 수 있는 방향을 제시
 - 이후 Step 2, Step 3가 해결되면 MBS의 가격 불확실성을 크게 감소시켜 MBS 발행 및 거래 활성화에 크게 기여할 것으로 기대
 - MBS 거래 부진이 상대적으로 큰 유동성 프리미엄으로 나타나는 점을 감안하면 이러한 콜옵션 가격 결정으로 인한 거래 활성화는 MBS 스프레드 감소에 기여
 - 이는 결국 원활한 MBS 발행과 더욱 낮은 금리의 주택담보대출 공급으로 이어져 국가 서민 경제에 크게 이바지할 것으로 기대됨

참 고 문 헌

1. Hull, J. C., and A. White, 1990, “Pricing Interest-Rate Derivative Securities,” *The Review of Financial Studies*, Vol.3, No.5, pp573-592
2. Kau, J. B., D. C. Keenan, and A. A. Smurov, 2006, “Reduced Form Mortgage Pricing as an Alternative to Option-Pricing Models,” *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol.33, pp183-196
3. Longstaff, F. A. and E. S. Schwartz, 2001, “Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach,” *The Review of Financial Studies*, Vol.14, No.1, pp113-147
4. 김계홍, 2013, “조기상환율 요인분해 및 PSK,” *주택금융월보*, 한국주택금융공사
5. 김계홍, 2015, “국내채권시장에서 MBS 영향력 강화방안,” 한국주택금융공사
6. 안세룡, 2015, “주택금융공사 MBS의 가격결정: What We Know and What We don't Know,” 한국주택금융공사
7. 안세룡, 2016, “축약형 조기상환예측모형 조사연구,” 한국주택금융공사
8. 태현욱 · 서웅기 · 장봉규 · 김석준 · 노종혁 · 안세룡, 2017, “한국형 자동이체식 주택저당증권에 대한 가치평가모형 개발,” *선물연구*, 제25권 제3호, pp305-337