연구보고서

한국주택금융공사
주택금융연구원

http://new.hf.go.kr/researcher/

MBS 콜옵션 가치 평가 연구 Part2

송완영 연구위원

안세륭 연구위원

국민과 함께 성장하는 글로벌 주택금융 리더

주택금융시장/정책

MBS 콜옵션 가치 평가 연구 PartⅡ

2018. 10. 31

한국주택금융공사
주택금융연구원

- 작성자 : 연구위원 송완영 (051-663-8157 / 7608@hf.go.kr)
  연구위원 안세륭 (051-663-8175 / sahn@hf.go.kr)

- 본 조사연구는 한국주택금융공사와 부산대 산업수학센터와의 협약을 통해 송완영 연구위원, 안세륭 연구위원(이상 한국주택금융공사), 윤지훈 교수(부산대 수학과)가 공동으로 수행한 연구입니다.
- 본고의 내용은 필자의 개인 의견으로 한국주택금융공사의 공식적인 견해와 다를 수 있습니다.

020921541046303

목 차

I. 개요 ………… 1

1. 연구의 배경 및 목적 ………… 1

II. 모형 설정 ………… 3

1. MBS 콜옵션 가격결정 방법론 개괄 ………… 3

2. 모형 설정 ………… 7

III. 결과 도출 및 분석 ………… 13

1. 모수 추정 ………… 13

2. 민감도 분석 ………… 19

3. PartⅢ 연구 방향 ………… 24

IV. 결론 및 시사점 ………… 25

참 고 문 헌 ………… 27

020921541046303

요 약

■ **본 연구는 공사 CMO 방식 MBS 콜옵션의 가치를 계산할 수 있는 엄밀한 형태의 수리적인 모형을 제안하는 것을 목표로 함**

- 공사의 CMO 방식 MBS에 포함된 콜옵션의 가치 평가는 학계 및 관련 업계에서 해결하지 못한 난제
- 본 연구는 부산대 산업수학센터와의 협력연구로, 총 3년에 걸쳐 3단계로 연구가 진행되며 본 보고서는 해당 연구의 2차 년도 연구 결과

■ **확률적 이자율모형과 확률적 조기상환율모형을 이용하여 단일 트렌치 MBS의 콜옵션 가치 평가 모형을 제시**

- 확률적 이자율모형은 Hull & White 1-Factor 모형을, 확률적 조기상환율 모형은 hybrid 형태의 축약형 조기상환율모형을 적용
- 이후 여러 모수값의 변화에 따른 콜 옵션 및 채권의 가치 변화에 대한 시사점을 제공

■ **본 연구의 방법론은 다중 트렌치 MBS 및 콜옵션 가치 평가를 위한 기초 단계로, 단일 트렌치에 대한 직관을 제공하는 의의가 있음**

- 이자율모형과 조기상환율모형의 연결을 통해 단일 트렌치 MBS 및 콜옵션 가격에 조기상환 위험을 반영
- 이후 PartⅢ가 해결되면 MBS 가격 불확실성을 감소시켜 MBS 발행 및 거래 활성화에 기여할 것으로 기대

020921541046303

I. 개요

1. 연구의 배경 및 목적

■ 연구 배경

- 공사는 Pass-Through MBS 및 다음 [표1]과 같이 8개의 선순위 트렌치 및 1개의 후순위 트렌치로 구성된 CMO(Collateralized Mortgage Obligation) 형태의 MBS를 발행

[표1] KHFC MBS 2018-18 발행구조

구분	종목	발행금액	만기	금리	이자지급	신용등급	Call조건
선순위	I-1	1,241억	1년	1.967%	3개월 이표	AAA	-
선순위	I-2	1,300억	2년	2.148%	3개월 이표	AAA	-
선순위	I-3	1,700억	3년	2.249%	3개월 이표	AAA	-
선순위	I-4	3,400억	5년	2.597%	3개월 이표	AAA	3개월 이후
선순위	I-5	1,800억	7년	2.687%	3개월 이표	AAA	2년 이후
선순위	I-6	1,400억	10년	2.731%	3개월 이표	AAA	3년 이후
선순위	I-7	700억	15년	2.711%	3개월 이표	AAA	4년 이후
선순위	I-8	300억	20년	2.701%	3개월 이표	AAA	5년 이후
후순위	II-1	14억	21년	14.131%	만기일시 연단리	BB	-

※ 자료: 한국주택금융공사 K-MBS

- 모든 트렌치의 원금지급은 만기상환이며, 다만 I-4 트렌치부터 I-8 트렌치는 콜옵션 행사 여부에 따라 원금상환 시기가 가변적

020921541046303

- 이러한 콜옵션은 MBS 발행자인 공사에 유리한 옵션이므로 MBS 투자자는 이 옵션의 가치를 평가하여 그에 해당하는 추가 수익률을 요구

• 그러나 이 MBS 콜옵션 가치 평가는 학계 및 관련 업계에서 해결하지 못한 난제

- 공사는 콜 행사 시점과 금액을 Trial & Error 방식으로 탐색하여 대지급이 발생하지 않도록 MBS 발행구조를 결정

- 이후 채권평가사는 발행된 MBS의 구조를 감안하여 역시 Trial & Error 방식으로 콜 행사를 가정하여 대지급이 발생하지 않는 MBS 현금흐름을 구성, 이후 MBS의 수익률을 평가

• 이렇듯 CMO 방식 MBS의 발행구조가 복잡하여 MBS 가치 및 콜옵션 가격을 평가할 수 있는 수학적인 모델링이 난해한 상황

- 이러한 가치 평가 방법론의 부재는 MBS에 대한 투자 및 유통 저해요인으로 작용할 우려가 있어 향후 공사 유동화 사업의 성장을 위해 반드시 해결해야 할 문제

■ 연구 목적 및 방향

• 본 연구는 기본적으로 공사 MBS 콜옵션의 가치를 계산할 수 있는 엄밀한 형태의 수리적인 모형을 제안하는 것을 그 목표로 함

- 특별히 본 연구는 부산대 산업수학센터와의 협력연구로, 총 3년에 걸쳐 3단계로 연구 진행 중('17년에 1단계 연구 완료)

• 본 보고서는 해당 연구의 2차 년도 PartⅡ 연구 결과이며, 이후 협력 연구 계획에 따라 PartⅢ가 진행될 예정

- 또한 본 보고서에서 PartⅢ 연구 방향을 제시하여 공사 실무에 대한 적용 가능성을 살펴봄

020921541046303

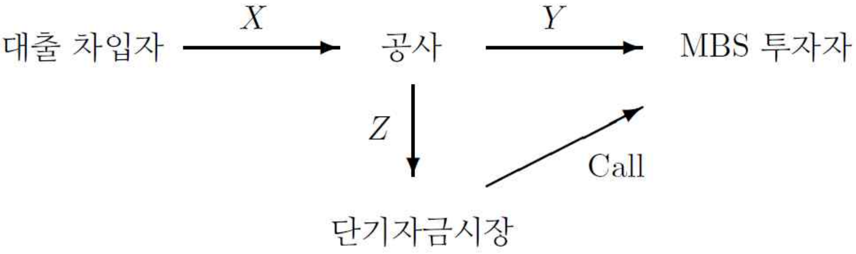
II. 모형 설정

1. MBS 콜옵션 가격결정 방법론 개괄[1)]

■ 공사 MBS 콜옵션 구조

- 공사 MBS의 콜옵션 구조는 간략히 다음 [그림1]과 같이 나타낼 수 있음

[그림1] 공사 MBS 콜옵션 구조



- 여기서 X는 주택담보대출 차입자의 원리금 상환금액, Y는 공사가 MBS 투자자에게 지급하는 정상 상환 스케줄에 따른 원리금
- Z는 공사가 MBS 투자자에게 원리금을 상환한 이후 여유자금이며, 단기자금 시장에서 운용 후 시장 상황 및 MBS 콜 조건에 따라 공사가 콜 행사 결정
- 공사 MBS 콜 행사를 위한 자금은 해당 신탁의 여유자금으로만 조달할 수 있어 콜 행사 금액은 Z의 함수로 결정

- 이러한 공사 MBS 콜옵션 가치 평가를 위해 다음과 같이 3개의 단계를 설정하여 매년 1단계씩 연구를 수행하고 있으며, 본 보고서는 2단계 Part II 에 해당
  - Part I : 1단위의 콜옵션 가격 계산
  - Part II : 1트렌치의 콜옵션 가격 계산
  - Part III: 각 트렌치별 콜옵션 가격 계산

---

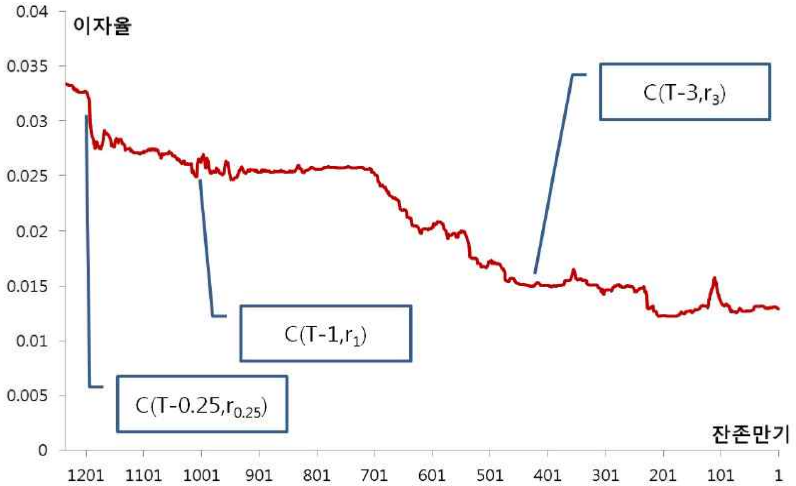
1) 해당 절은 송완영·안세륭(2017)과 동일

020921541046303

■ Part Ⅰ - 1단위의 콜옵션 가격 계산

- Part Ⅰ 에서는 미국형 수의상환채권(American callable bond) 계산 방법론을 도입하여 1단위 콜옵션의 가격을 계산하는 방법론을 제시
  - 공사 MBS의 콜옵션은 주어진 기간 동안 언제나 행사 가능하다는 점에서 유럽형 콜옵션(European call option)과는 다름
  - 실제 공사 MBS 콜옵션은 주어진 특정시기(원리금 상환일)에만 행사가 가능한 점에서 Bermudan callable bond와 더 가깝다고 할 수 있으나 계산의 수월성을 위해 미국형 옵션으로 모형함
- 확률적 이자율모형을 도입하여 주어진 시점 t의 이자율 r_t가 주어진 상황에서 잔존만기 τ를 가진 미국형 수의상환채권의 가격 $C(\tau, r_t)$를 계산

[그림2] 콜옵션 가치 평가 Part Ⅰ



- [그림2]에서와 같이 미래 이자율 시뮬레이션을 통해 각 시점에서 특정 만기를 가진 미국형 수의상환채권의 가격을 계산
- 동일한 금리와 만기를 가진 콜옵션이 없는 일반 채권 가격과 수의상환채권 가격의 차이가 콜옵션 가격

■ PartⅡ – 1트렌치의 콜옵션 가격 계산

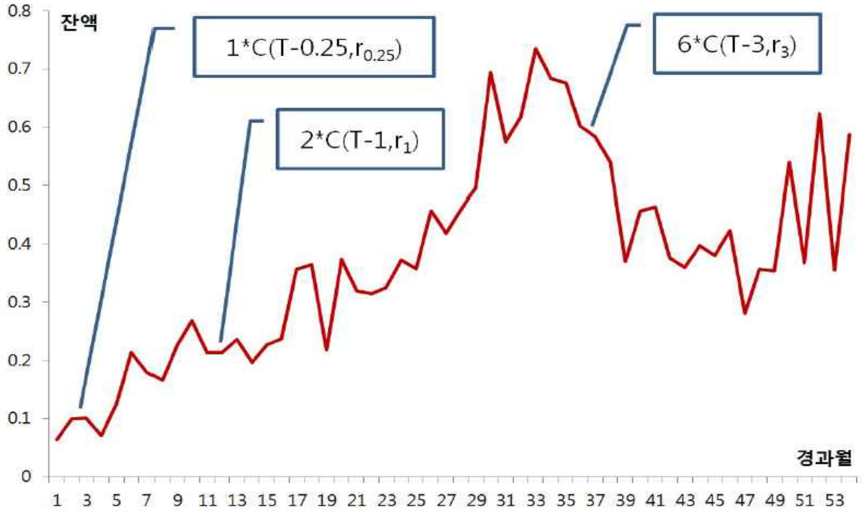
- Part I 을 통해 계산 가능한 1단위의 미국형 수의상환채권의 가격을 이용하여 조기상환율모형이 적용된 MBS 1트렌치의 콜옵션 가격을 계산

  - MBS 콜옵션은 계약 상 각 트렌치 최초 발행금액의 1% 단위씩 행사할 수 있으며, 행사 금액은 해당 신탁의 여유자금으로만 가능

  - 따라서 특정 시점에 해당 신탁의 여유자금 정도를 시뮬레이션하기 위해선 차입자의 조기상환에 대한 모형이 필수

- 조기상환율모형이 설정되면 다음 [그림3]과 같이 해당 시점에 공사가 행사 가능한 콜옵션 개수를 시뮬레이션 가능

[그림3] 콜옵션 가치 평가 PartⅡ



  - 다만 조기상환은 시장 이자율과 밀접한 관련이 있으므로, Part I 의 이자율 프로세스와 조기상환율 프로세스의 상관관계를 반영할 수 있도록 모형 설정

  - 이자율모형은 Part I 과 동일한 Hull & White 1-Factor 모형을 적용

  - 조기상환율모형은 Kolbe and Zagst(2008)의 모형과 유사한 hybrid-form 조기상환율모형을 적용

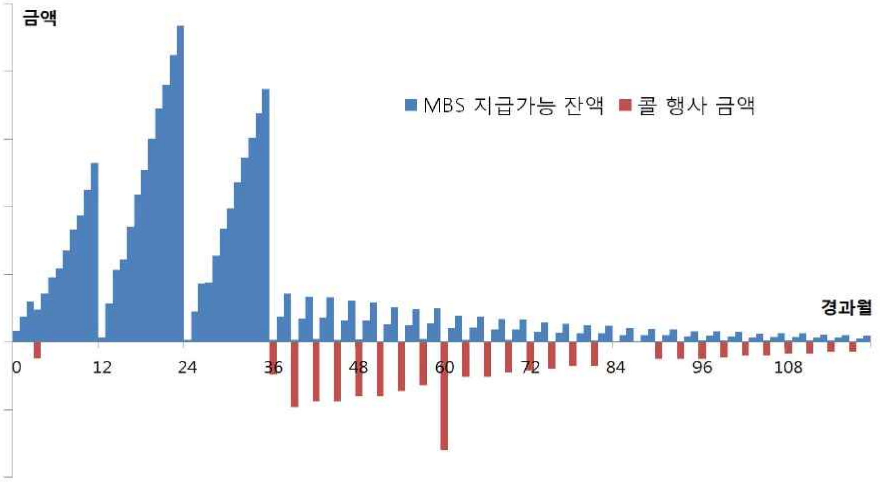
  - 이후 Monte Carlo 시뮬레이션을 통해 가격 계산

020921541046303

Part Ⅲ – 각 트렌치별 콜옵션 가격 계산

- Part Ⅱ는 실제적으로 I-4트렌치의 콜옵션 가격을 계산한 것과 유사
  - 예를 들어 I-5트렌치는 MBS 발행 구조 상 2년 이후 콜 행사가 가능하나, 동시에 I-4트렌치의 원금이 모두 상환된 이후 콜 행사 가능함
  - I-4트렌치는 3개월 이후부터 콜 행사 가능하므로, MBS 원리금 상환이 3개월 주기인 것을 감안하면 첫 번째 원리금 지급일부터 행사 가능하므로 상대적으로 Part Ⅱ의 모형에 가까움
  - I-5 ~ I-8트렌치에 포함된 콜옵션은 Part Ⅱ의 방법론을 적용함과 동시에 각 트렌치보다 콜 행사 우선순위에 있는 트렌치의 원금상환 완료 시점을 반영할 필요가 있음
- 그러므로 Part Ⅲ에는 MBS의 발행 구조가 반영될 수 있는 모형이 필요
  - I-4트렌치 콜 행사 역시 I-1 ~ I-3트렌치의 발행금액과 발행금리를 반영하여 신탁여유자금을 추정해야 함
  - I-5 ~ I-8트렌치 역시 이전 트렌치의 발행금액과 발행금리에 따라 현금흐름 스케줄이 크게 변동
  - 다음 [그림4]는 하나의 MBS 전체 현금흐름과 콜 행사 예시

[그림4] 콜옵션 가치 평가 Part Ⅲ



020921541046303

2. 모형 설정

■ 초단기 이자율모형

- 초단기 이자율(short rate)모형은 다음 식(1)과 같은 Hull & White 1-Factor 모형을 이용

$$dr(t) = a(\theta_r(t) - r(t))dt + \sigma_r dW_r(t) \tag{1}$$

- $r(t)$는 t시점 초단기 이자율
- $W_r(t)$는 위험중립측도 하에서 t시점 표준 브라운 운동
- a는 초단기 이자율이 장기 평균으로 수렴하는 속도
- σ_r는 이자율변동성
- $\theta_r(t)$는 초기 이자율 구간구조를 만족하도록 다음 식(2)로 결정

$$\theta_r(t) = \frac{\partial f(0,t)}{\partial t} + af(0,t) + \frac{\sigma_r^2}{2a}(1 - e^{-2at}) \tag{2}$$

- $f(0,t)$는 다음 식(3)을 만족하는 순간 선도이자율(forward interest rate)

$$f(0,t) = t\frac{\partial f(0,t)}{\partial t} + R(0,t) \tag{3}$$

- $R(s,t)$는 s시점 관찰되는 만기 t의 현물이자율

- 현물이자율을 도출하려면 다음 식(4)와 같이 t시점에 평가한 만기 T의 무이표채 가격 계산 과정이 필요함

$$P(t,T) = e^{-R(t,T)(T-t)} = A(t,T)e^{-B(t,T)r(t)} \tag{4}$$

020921541046303

- 여기서 $A(t,T)$와 $B(t,T)$는 다음과 같이 정의

$$B(t,T) \equiv \frac{1-e^{-(T-t)}}{a}$$
$$\log A(t,T) \equiv \log\frac{P(0,T)}{P(0,t)} - B(t,T)\frac{\partial \log P(0,t)}{\partial t} - \frac{\sigma_r^2}{4a^3}(e^{-aT}-e^{-at})^2(e^{2at}-1)$$

- 이후 다음 식(5)와 같이 무이표채 가격으로부터 t시점에 만기 T의 현물 이자율을 도출할 수 있음

$$R(t,T) = -\frac{\log A(t,T) - B(t,T)r(t)}{T-t} \tag{5}$$

조기상환율모형

- 본 연구의 조기상환율모형은 Kolbe and Zagst(2008)의 모형을 기반으로 다음 식(6)-식(8)과 같이 hybrid 형태로 설정함

$$p(t) = e^{f(\mathrm{x}(t))+p_0(t)}, \tag{6}$$

$$f(\mathrm{x}(t)) = \beta_1 \arctan\left(\beta_2(spread(t)+\beta_3)\right)+\beta_4 age(t)+\beta_5 age(t)^2+\beta_6 age(t)^3, \tag{7}$$

$$dp_0(t) = \kappa\left(\tilde{\theta}_p - p_0(t)\right)dt + \sigma_p d\widetilde{W}_p(t) \tag{8}$$

- 여기서 $p(t)$는 t시점 조기상환율로, 조기상환 배수 프로세스 $f(\mathrm{x})$와 기초 조기상환 프로세스 $p_0(t)$를 통해 결정

- 조기상환 배수 프로세스에는 차환요인으로 t시점 주택담보대출 금리와 국고채 5년 금리의 차이인 $spread(t)$와 성숙 요인으로 t시점 경과월수에 해당하는 $age(t)$가 독립변수로 반영

- κ는 기초 조기상환율의 장기 평균으로 회귀하는 속도

- $\tilde{\theta}_p$는 물리 측도(physical measure)에서 기초 조기상환율의 장기 평균

020921541046303

- σ_p는 기초 조기상환율의 변동성

- $\widetilde{W}_p(t)$는 물리 측도 하에서 t시점 표준 브라운 운동

- 식(8)은 물리 측도에서 정의되었으므로 조기상환율의 시장조정 λ_p를 정의하여 다음 식(9)와 같이 측도 변환(measure change)을 수행

$$d\widetilde{W}_p(t) = dW_p(t) - \lambda_p dt \tag{9}$$

- 따라서 다음 식(10)을 얻을 수 있음

$$dp_0(t) = \kappa(\theta_p - p_0(t))dt + \sigma_p dW_p(t) \tag{10}$$

- 여기서

$$\theta_p = \tilde{\theta}_p - \frac{\lambda_p \sigma_p}{\kappa} \tag{11}$$

- 기초 조기상환 프로세스와 이자율 프로세스 간 상관관계는 독립으로 가정

- 다시 말해 $dW_r(t)$와 $dW_p(t)$는 서로 독립

- 이자율의 변동은 기초 조기상환 프로세스가 아닌, 식(7)에 나타난 바와 같이 주택담보대출과의 스프레드를 통해 차환요인으로 조기상환율에 반영

MBS 및 콜옵션 가격 결정 모형

- 본 모형에서는 동일한 만기를 가진 단일 풀과 단일 트렌치의 MBS를 가정

- 주택담보대출은 모두 동일한 이자율과 만기를 가진 원리금균등상환 대출로 가정

- MBS는 기본적으로 원금 만기상환이나 신탁여유자금으로 언제든지 콜옵션을 행사할 수 있는 채권을 가정

020921541046303

- 먼저 주택담보대출 풀에서의 현금흐름은 다음 식(12)-식(13)과 같음

$$X(t) = (c + p(t))\,Bal_{mortgage}(t-1) \tag{12}$$

$$Bal_{mortgage}(t) = (1 - p(t))\,Bal_{mortgage}(t-1) \tag{13}$$

- 여기서 $X(t)$는 t시점 주택담보대출 풀에서의 현금흐름, $Bal_{mortgage}(t)$는 t시점 종료 시 주택담보대출 풀의 잔존 원금
- c는 원리금균등상환비율로, 다음 식(14)와 같이 계산됨

$$c = \frac{WAC\,dt}{1 - \left(\dfrac{1}{1 + WAC\,dt}\right)^{T/dt}} \tag{14}$$

- 여기서 WAC(Weighted Average Coupon)은 주택담보대출 풀의 대출 금리
- dt는 주택담보대출 풀의 원리금 지급 간격이며, 본 모형에서는 MBS 원리금 지급 간격과 동일하다고 가정
- T는 주택담보대출의 만기로, 역시 MBS의 만기와 동일하다고 가정
- 따라서 식(12)의 $c\,Bal_{mortgage}(t-1)$은 이자를 포함하여 t시점에 주택담보대출 풀에서 발생할 정규(scheduled) 현금흐름이고, $p(t)\,Bal_{mortgage}(t-1)$는 조기상환으로 인한 현금흐름

- MBS의 이자 현금흐름은 다음 식(15)와 같음

$$Y(t) = Bal_{MBS}(t-1)\,y\,dt \tag{15}$$

- 여기서 $Y(t)$는 t시점 MBS 이자 현금흐름
- $Bal_{MBS}(t)$는 t시점 종료 시 MBS의 잔존 원금
- y는 MBS 쿠폰 금리

020921541046303

- 따라서 [그림1]에 나타난 바와 같이 MBS의 t시점 신탁여유자금 $Z(t)$는 다음 식(16)과 같이 결정

$$\begin{aligned} Z(t) &= X(t) - Y(t) \\ &= (c + p(t)) Bal_{mortgage}(t-1) - Bal_{MBS}(t-1) y\,dt \end{aligned} \qquad (16)$$

- 이 $Z(t)$가 공사가 t시점에 새롭게 보유하게 된 콜옵션 규모 혹은 개수
- 따라서 Part I 의 수의상환채권 가격을 이용하면 $Z(t)$의 가치 평가 가능

- 다만 여기서 공사의 결정에 따라 t시점 이전에 콜옵션을 행사하지 않고 t시점까지 잔존하고 있는 신탁 여유자금을 t시점에 다시 평가할 필요가 없는데, 이를 그림으로 살펴보면 다음 [그림5]와 같음

[그림5] 신탁여유자금과 수의상환채권

- [그림5]는 주택담보대출 풀로부터 현금흐름에 따라 1시점에 수의상환채권 1개, 2시점에 2개, 3시점에 1개, 4시점에 0개, 5시점에 1개 발생한 경우의 예시
- 공사는 1시점에 하나의 콜옵션을 행사할 수 있는데, 만약 1시점에 콜옵션을 행사하면 2시점에 채권 2개, 행사하지 않으면 2시점에 3개의 채권을 보유
- 공사가 만약 1시점에 콜옵션을 행사하지 않더라도 2시점에 새롭게 3개의 채권의 가치를 계산할 필요가 없는 이유는 그 가운데 1시점에 발생한 채권은 이미 1시점에 가치가 계산되었기 때문

020921541046303

- 1시점에서의 $Z(1)$의 가치는 1시점에서 콜옵션 행사 여부까지 반영하여 평가된 것으로, 콜옵션을 행사하지 않고 2시점으로 연기된 경우의 가치까지 고려하여 평가된 상황

- 따라서 MBS 가치 평가는 0시점에 이루어지므로 각 수의상환채권의 최초 발생 시기에서의 가치 평가를 기준으로 MBS 가치를 평가할 수 있음

- [그림5]에서 색으로 채워진 부분에서만 수의상환채권의 가치를 평가하는 것으로 충분함

- 최종적으로 본 모형의 MBS 가격은 다음 식(17)로 결정됨

$$V = E\left[\sum_{t=1}^{T} P(t,T)\left(C(t)Z(t) + Y(t)\right)\right] \tag{17}$$

- $C(t)$는 t시점에 발행되어 잔존만기가 $T-t$, 액면가 1인 수의상환채권의 가격으로, Part I 의 결과를 이용하여 계산

- 이후 일반채권의 가격에서 식(17)로 계산한 수의상환채권의 가격을 차감하여 콜옵션 가치를 계산

020921541046303

III. 결과 도출 및 분석

1. 모수 추정

■ 이자율모형 모수 추정

- 이자율모형의 모수는 ‘10년~‘17년 국고채 금리로부터 추정

  - IRS caplet 가격과 Hull & White 1-Factor 모형의 caplet 평가 식을 이용하여 모수 추정

  - 모수 추정 결과 다음 [표2]를 얻음

[표2] 이자율모형 모수값

a	0.008430	σ_r	0.005956

  - 이후 민감도분석 등에서 모수값을 임의로 조정하면서 추가적인 분석 실행

  - 이자율 시나리오 생성 시 모델 특성 상 이자율이 음(-)인 경우가 발생할 경우 해당 이자율은 0으로 처리

■ 조기상환율모형 모수 추정

- 조기상환율모형의 모수는 λ_p를 제외한 모수들을 실제 조기상환 데이터를 이용하여 먼저 추정하고, 이후 MBS 가격 데이터를 이용하여 λ_p를 추정

- ‘10~‘17년까지 발행된 227개 MBS 풀의 조기상환 데이터를 이용하여 조기상환 배수 프로세스의 모수부터 먼저 추정

  - 조기상환율의 정합성을 위해 72개월 초과 데이터를 극단치(outlier)로 간주하여 포함시키지 않고 총 9,868개의 조기상환율 데이터를 이용

  - 또한 식(7)의 $spread(\bullet)$로 각 풀별 기초자산의 가중평균 대출 금리와 각 월별 국고채 5년 금리 간 차이를 이용함

020921541046303

- 식(7)에 대한 오차제곱합(sum of squared errors) 최소화를 이용하여 추정한 결과 다음 [표3]과 같은 결과를 얻음

[표3] 조기상환 배수 프로세스 모수값

β_1	3.961625	β_2	93.266577	β_3	−0.062259
β_4	0.120272	β_5	−0.002328	β_6	0.000012

- [표3]의 결과를 보면 차환요인과 성숙요인의 민감도가 양(+)으로 나타나 그 방향성이 직관과 일치함

- 이후 추정된 조기상환 배수 프로세스를 식(6)에 대입하여 기초 조기상환 프로세스 데이터를 생성하여 기초 조기상환 프로세스 모수를 추정
  - 즉 $p_0(t) = \log p(t) - f(\mathbf{x}(t))$를 이용
  - 전동규(2012)의 방법론을 이용하여 추정한 결과는 다음 [표4]와 같음

[표4] 기초 조기상환 프로세스 모수값

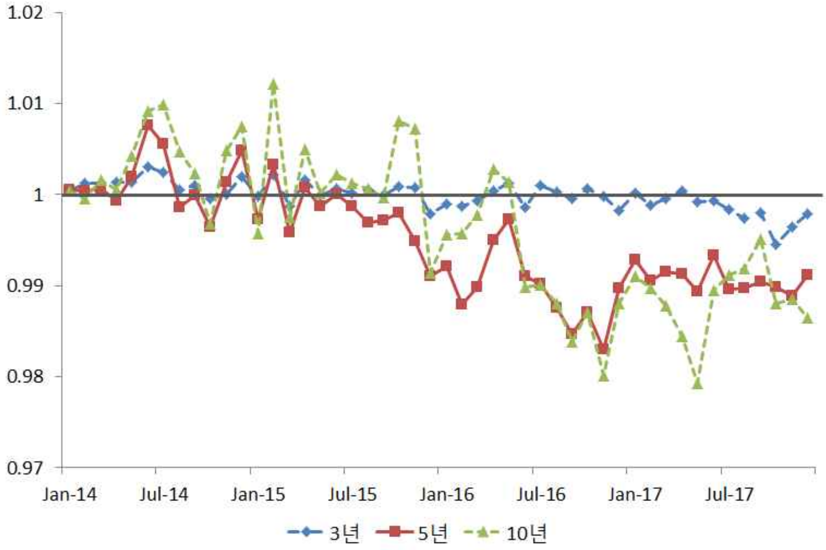
κ	2.197675	$\tilde{\theta}_p$	0.014494	σ_p	1.251989

- λ_p 추정을 위한 MBS 가격 데이터로 공사의 발행금리와 채권정보센터의 민평평균 MBS 수익률을 이용함
  - MBS 실거래 데이터의 경우 I-1 ~ I-3 트렌치 거래 데이터가 꽤 있으나 이 트렌치들은 콜옵션이 없어 이들 가격은 조기상환 위험이 반영되지 않은 가격
  - 따라서 거래 데이터를 이용하는 것은 부적절해 보여 어느 정도 정기적인 시계열을 가지고 있는 발행금리 데이터를 이용하기로 함
  - MBS 5년물의 경우 ‘13년 11월부터 채권정보센터에서 민평평균 수익률을 확인할 수 있어 MBS 가격 데이터의 기간은 ‘14년~‘17년으로 함

020921541046303

- 다음 [그림6]은 해당 기간의 월별 평균 MBS 발행가격 추이

[그림6] 월별 평균 MBS 발행가격 추이



- 해당 발행가격은 동일한 만기의 공사채 금리와 MBS 수익률 간의 스프레드를 이용하여 공사채 가격 대비 MBS 가격을 계산한 결과

- 따라서 공사채 가격과 MBS 가격의 차이를 콜옵션 가격으로 볼 수 있으며, 콜옵션이 없는 3년물의 가격은 공사채의 가격인 1에 매우 가까운 것을 확인

- 또한 [그림6]에서 확인할 수 있듯이 '16년을 기점으로 콜옵션이 있는 트렌치의 가격이 1보다 낮은 가격대에서 형성되고 있음

- 이는 채권의 발행 프리미엄이 반영된 것으로, 이들을 보다 정확한 발행 가격으로 볼 수 있어 최종 MBS 가격 데이터의 기간은 '16~'17년으로 설정

• 또한 이 모형의 MBS 가격을 평가하기 위해서는 주택담보대출 풀과 MBS의 최초원금과 대출 금리 데이터가 필요함

- MBS I-4트렌치의 경우 발행액과 쿠폰 금리가 명시적으로 나타나 있어 데이터 확보가 용이

- 그러나 주택담보대출 풀 데이터의 경우 하나의 풀로 8개 트렌치 MBS를 발행하기 때문에 I-4트렌치에 해당하는 최초원금 데이터는 존재하지 않음

020921541046303

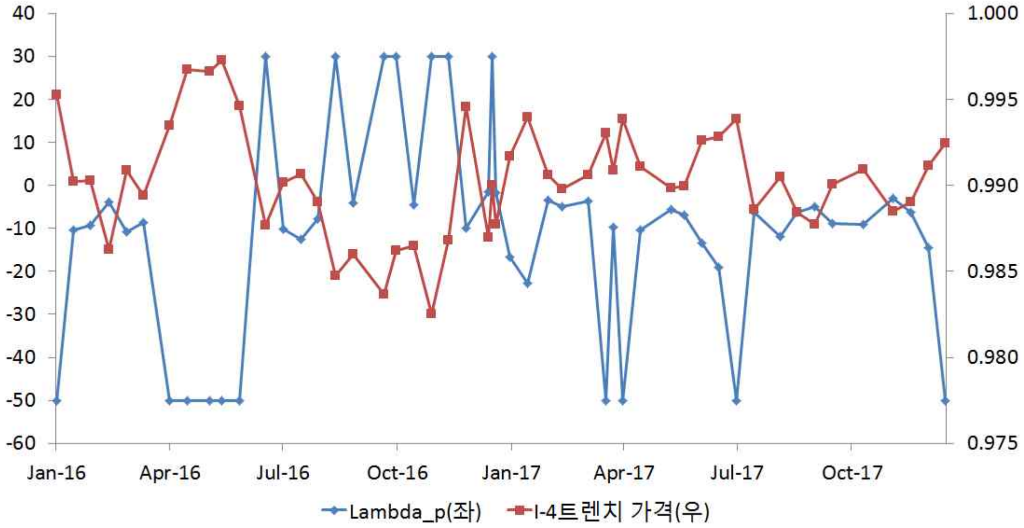
- 대신 주택담보대출 풀의 최초원금에서 I-4트렌치에 해당하는 비중은 MBS 전체 발행액에서 I-4트렌치 발행액이 차지하는 비중과 동일하다고 가정하여 주택담보대출 풀의 최초원금 수준 추정

- 또한 주택담보대출 풀의 대출 금리는 각 풀의 가중평균 대출 금리를 적용

- '16~'17년 발행된 I-4트렌치 발행가격에 해당하는 λ_p를 계산하면 다음 [그림7]과 같은 결과를 얻을 수 있음

- 식(17)에 MBS 가격을 대입, 1,000회 시뮬레이션하여 식(17)을 만족하는 λ_p를 계산함

[그림7] MBS I-4트렌치 가격과 λ_p 추정



- [그림7]에서 λ_p의 상한과 하한을 각각 30, -50으로 설정

- [그림7]에서 확인할 수 있듯이 I-4트렌치 가격과 λ_p는 역의 관계

- 이는 λ_p가 작을수록 식(10)에 따라 위험중립 조기상환 속도가 빨라져 상대적으로 빠른 현금 회수로 인해 채권 가격이 상승하기 때문

- 그러나 이는 투자자들의 조기상환 속도에 대한 전망을 반영한 것이 아니라 위험중립 가격 결정 원리에 의해 위험중립 확률측도에서 시장 가격과 일치하는 λ_p를 찾은 결과라는 점에 유의

020921541046303

- 특별히 금리 급등 위험으로 인해 국내 채권시장이 불안했던 '16년 하반기에 MBS 가격이 크게 떨어지면서 λ_p 역시 급등한 것을 확인

- '16~'17년 동안 λ_p의 평균은 −18.198175으로, 이후 분석에서 λ_p의 기초 모수값으로 이 값을 적용

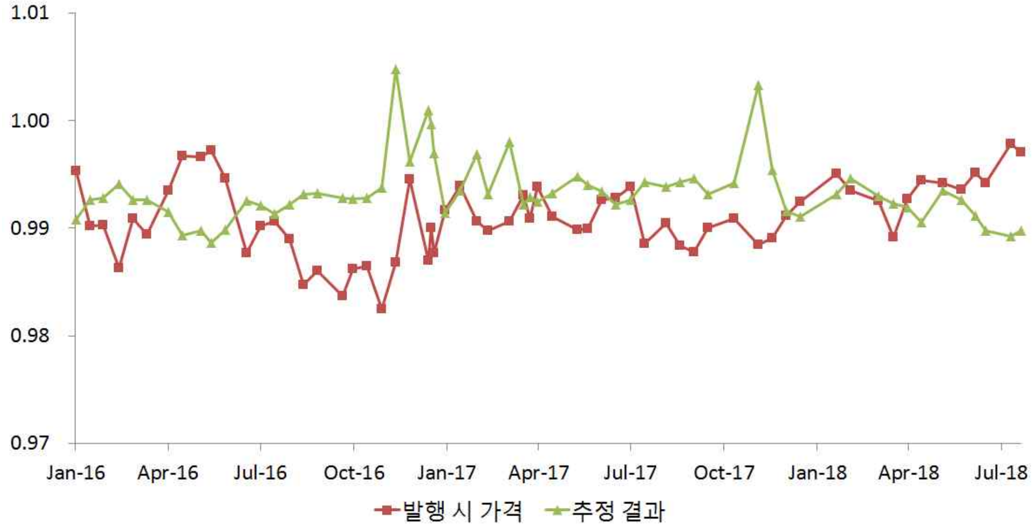
- 해당 평균값은 '16년 하반기 λ_p가 상한을 초과한 값을 보인 데이터를 극단치로 간주하여 이들을 제외하고 산출한 결과

■ 기본 모수값을 통한 계산 결과

- 다음 [그림8]은 '16년~'18년 7월 말까지 발행된 CMO 방식 MBS의 I-4 트렌치 가격을 추정한 결과

- [표2], [표3], [표4]의 모수값 및 λ_p=−18.198175, 그리고 발행일의 이자율 기간 구조를 이용하여 10,000회 시뮬레이션을 통해 가격 계산

[그림8] MBS 가격 추정 결과



- [그림8]에서 볼 수 있듯이 '18년 2분기부터 주로 추정 결과보다 발행 시 가격이 높은 경향을 보임

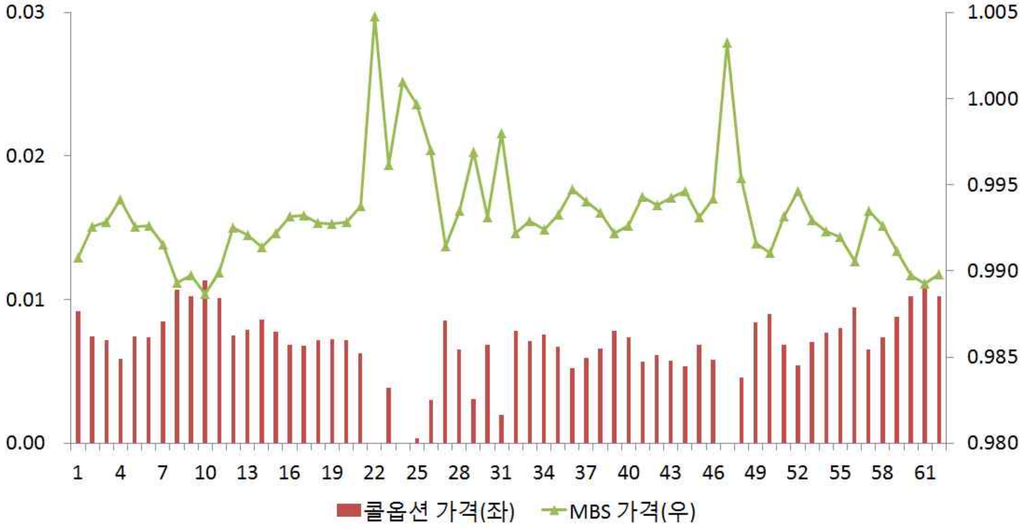
- 이는 '18년 상반기를 지나면서 투자자들이 금리 하락세를 전망하여 보다 높은 가격으로 MBS 입찰에 응한 것으로 판단

020921541046303

- ‘16년~‘17년 결과에서 λ_p가 입력값 이상인 경우에는 추정 결과보다 발행 시 가격이 낮고, 반대인 경우에는 추정 결과보다 발행 시 가격이 높은 것을 확인

- 다음 [그림9]는 [그림8]의 결과를 이용하여 콜옵션의 가치를 계산한 결과

[그림9] 콜옵션 가격 추정 결과



※ 콜옵션과 MBS 가격 비교를 위해 가로축을 날짜가 아닌 MBS 발행 순서로 나타냄

- [그림9]의 콜옵션 가격은 일반채권 가격에서 수의상환채권 가격을 차감한 값으로, MBS 가격이 높을수록 콜옵션 가격이 낮은 것을 확인

- [그림9]의 콜옵션 가격 단위는 액면가에 대한 %로 표현

- 대부분의 경우 콜옵션 가격은 1% 미만으로 크지 않은 수준인 것을 확인

020921541046303

2. 민감도 분석

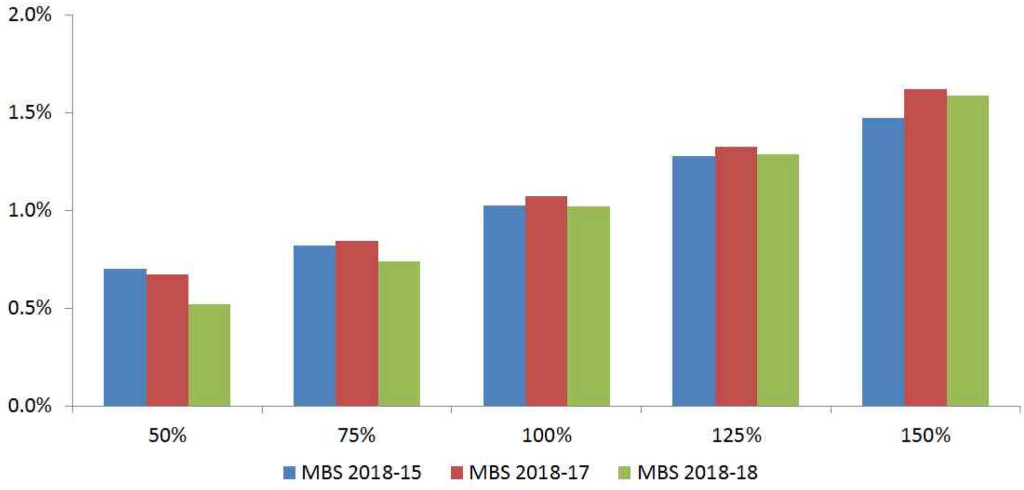
- 본 절에서는 각 모수가 콜옵션 가격에 미치는 영향의 정도를 민감도 분석을 통해 살펴봄

  - 각 모수의 변동폭은 [표2], [표3], [표4]의 모수값을 기준으로 50%~150% 수준으로 설정하여 분석함

■ 이자율 변동성에 대한 민감도 분석

- 다음 [그림10]은 이자율 변동성 σ_r의 변화와 콜옵션 가격의 변화를 나타낸 그림

[그림10] 이자율 변동성과 콜옵션 가격



  - [그림10]의 x축 변동폭은 [표2]의 σ_r=0.005956의 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5배 수준을 의미

  - [그림10]에 나타난 바와 같이 이자율 변동성이 커질수록 콜옵션 가치가 증가하는 것을 확인

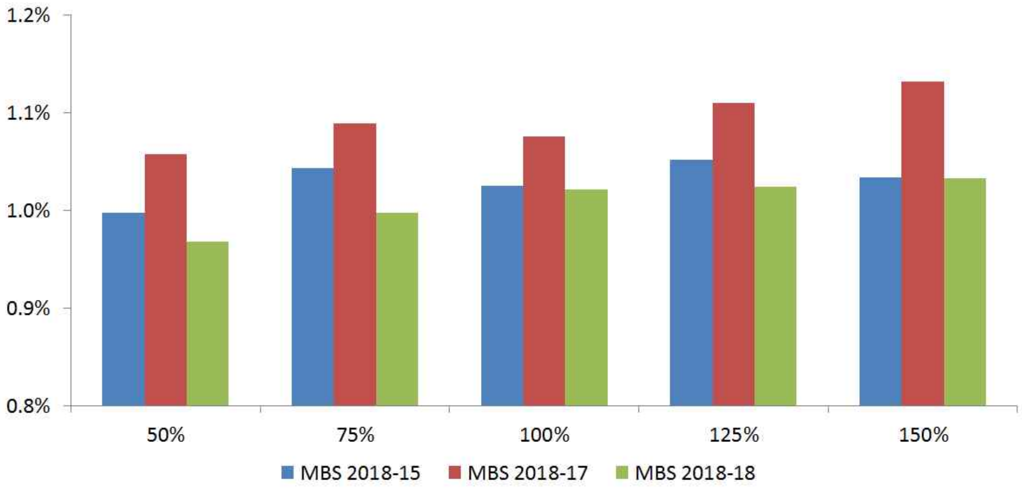
  - 이는 역으로 MBS 가격 하락으로 이어져 금리가 불안한 시기에는 MBS 가격이 하락함을 의미

020921541046303

■ 조기상환 배수 프로세스의 차환요인 민감도 분석

- 다음 [그림11]은 조기상환 배수 프로세스의 차환요인 민감도를 나타내는 변수인 β_2의 변화와 콜옵션 가격의 변화를 나타낸 그림

[그림11] 차환요인과 콜옵션 가격



- [그림11]의 x축 변동폭은 [표3]의 β_2=93.266577의 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5배 수준을 의미

- [그림11]에 뚜렷하지는 않으나, 차환요인의 민감도가 증가할수록 콜옵션 가격이 소폭 증가하는 것을 확인

- 이는 β_2가 증가할수록 이자율 변동 시 상대적으로 조기상환율의 변동폭을 크게 하기 때문

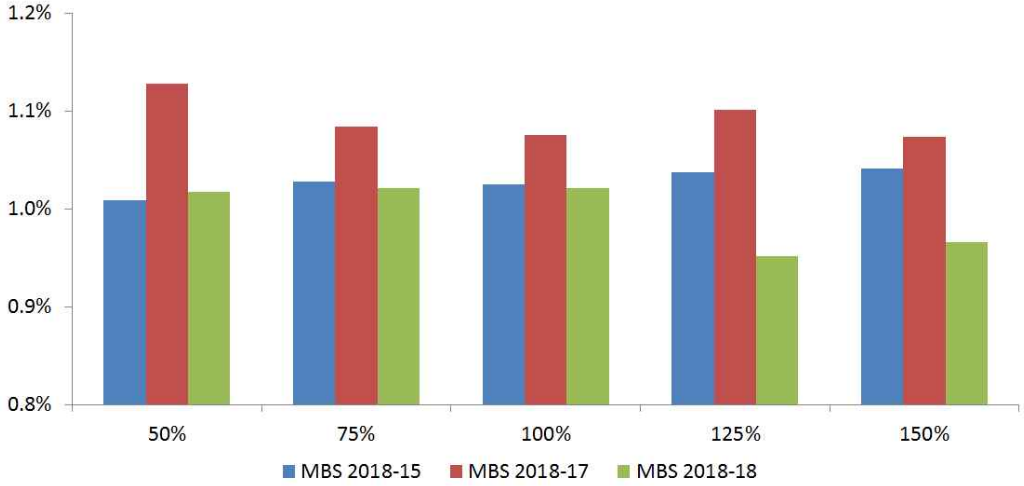
- 이처럼 현금흐름 시기의 편차가 증가하면 옵션 보유자에게 유리한 상황으로, 콜옵션 가치가 증가하고 MBS 가격이 하락하기 때문

020921541046303

■ 조기상환 배수 프로세스의 성숙요인 민감도 분석

- 다음 [그림12]는 조기상환 배수 프로세스의 성숙요인 민감도를 나타내는 변수인 β_4의 변화와 콜옵션 가격의 변화를 나타낸 그림

[그림12] 성숙요인과 콜옵션 가격



- [그림12]의 x축 변동폭은 [표3]의 β_4=0.120272의 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5배 수준을 의미

- [그림12]에 나타난 바와 같이 성숙요인의 민감도와 콜옵션 가격 사이에는 뚜렷한 상관관계가 관찰되지 않음

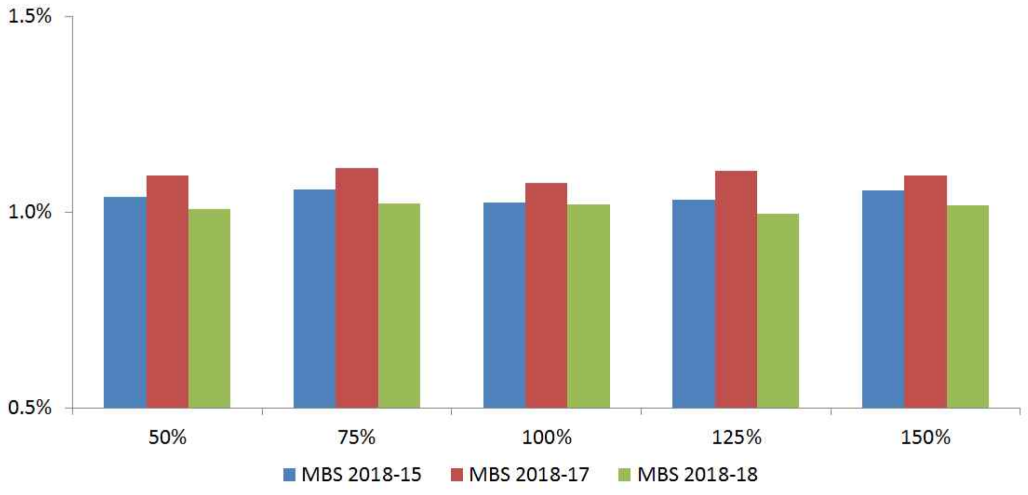
- 이는 성숙요인의 경우 시장에서 상당 수준 예측이 가능한 요인으로, 이자율과 같이 상승/하락이 나타나지 않고 단조 증가하는 요인이기 때문

020921541046303

■ 기초 조기상환 프로세스의 장기평균 민감도 분석

- 다음 [그림13]은 기초 조기상환 프로세스의 장기평균 수준을 나타내는 변수인 $\tilde{\theta}_p$의 변화와 콜옵션 가격의 변화를 나타낸 그림

[그림13] 조기상환율의 장기평균과 콜옵션 가격



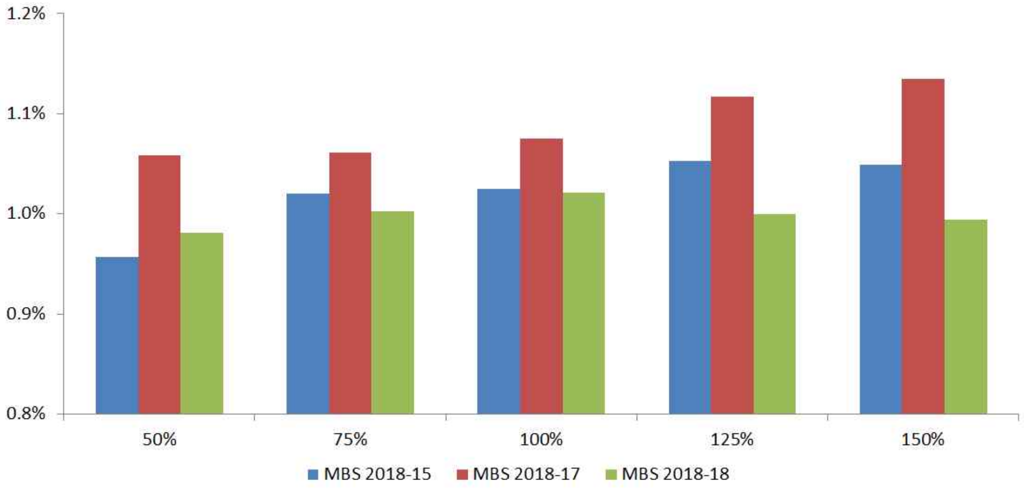
- [그림13]의 x축 변동폭은 [표4]의 $\tilde{\theta}_p$=0.014494의 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5배 수준을 의미
- [그림13]에 나타난 바와 같이 조기상환율의 장기평균과 콜옵션 가격 사이에는 뚜렷한 상관관계가 관찰되지 않음
- 해당 장기평균은 차환요인과 성숙요인을 제외한 기초 조기상환 프로세스의 장기평균으로 기타 요인에 비해 현금흐름 변동이 미치는 영향이 크지 않기 때문

020921541046303

기초 조기상환 프로세스의 변동성 민감도 분석

- 다음 [그림14]는 기초 조기상환 프로세스의 변동성을 나타내는 변수인 σ_p의 변화와 콜옵션 가격의 변화를 나타낸 그림

[그림14] 조기상환율의 변동성과 콜옵션 가격



- [그림14]의 x축 변동폭은 [표4]의 σ_p=1.251989의 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5배 수준을 의미

- [그림14]에 매우 뚜렷하지는 않으나 조기상환율의 변동성이 증가할수록 콜옵션 가격이 증가함을 확인

- 이는 조기상환율의 변동성 증대는 현금흐름 시기에 대한 예측 불확실성 증가로 이어져 MBS 가격이 감소하기 때문

- 다만 [그림10]의 이자율 변동에 비해 민감도는 다소 작은 것으로 보이며, 이는 이자율 변동이 수의상환채권 가격에 매우 큰 영향을 미치기 때문

020921541046303

3. PartⅢ 연구 방향

■ PartⅢ 연구 방향

- PartⅢ에서 가장 중요한 부분은 각 MBS의 발행 구조를 반영한 모형을 설정해야 하는 부분

- I-4트렌치의 콜옵션 행사의 경우 I-1 ~ I-3트렌치의 원리금 상환을 위한 여유 자금을 얼마나 가져가는지를 결정하는 것이 관건

- 따라서 I-4트렌치 콜옵션은 I-1 ~ I-3트렌치의 발행 구조를 상태변수로 설정하여 대지급 발생 가능성을 특정 확률 이하로 하는 제약조건과 같은 모형을 추가로 고려해야 함

- I-5트렌치 및 이후 트렌치는 발행 구조 상 2년 혹은 그 이후 콜 행사가 가능하나, I-4트렌치가 대부분 3년 이후 전액 상환되는 점을 볼 때 상대적으로 간단한 가격 결정 모형이 될 것으로 기대함

- 또한 조기상환율의 시장조정 λ_p에 대한 추가적인 분석이 필요함

- 다중 트렌치 MBS라도 주택담보대출 풀이 하나라면 단일 λ_p를 적용하는 것이 바람직해보이나, 각 트렌치의 가격이 개별적으로 형성되기 때문에 대표 λ_p를 산출하여 가격을 결정하면 결과값이 매우 부정확할 가능성이 큼

- 또한 각 트렌치별로 고유의 λ_p를 적용하는 경우 주택담보대출 풀을 트렌치 개수만큼 나누어야 하는 왜곡이 발생할 수 있어 바람직하지 않음

- 따라서 실제 측도에서 개발된 모형을 시장 가격과 연계하기 위한 방법론에 대해 깊이 있는 고민이 필요함

020921541046303

Ⅳ. 결론 및 시사점

결론

- 본 연구는 공사 CMO 방식 MBS 콜옵션 가치 평가를 위한 두 번째 단계로, 단일 기초자산 풀과 단일 트렌치를 가진 MBS의 가격 결정 방법론을 제시하고 있음

- Part I 의 수의상환채권 가격 결정 방법론을 이용하여 확률적 이자율 및 확률적 조기상환율모형을 적용한 Monte Carlo 시뮬레이션을 통해 MBS 가격을 결정하는 모형을 제시

- 확률적 이자율모형으로는 Hull & White 1-Factor 모형을 이용

- 확률적 조기상환율모형은 기초 조기상환 프로세스와 조기상환 배수 프로세스의 hybrid 형태로 설정한 축약형 조기상환율모형을 이용

- 이자율 변동성 및 조기상환율의 차환요인 민감도와 변동성이 증가할수록 콜옵션 가격이 증가하는 것을 확인

- 본 연구의 한계점은 다음과 같음

- 여전히 MBS 거래 가격이 아닌 발행 가격을 데이터로 하여 분석하였음

- 또한 본 보고서의 주택담보대출 풀 최초원금 수준에 대한 단순한 가정으로 인해 각 MBS의 발행구조에 따라 계산 결과의 편차가 상당할 가능성이 높음

- 따라서 PartⅢ는 MBS 발행구조를 반영한 대지급 및 조기상환율의 시장조정 λ_p에 대한 추가적인 모형이 필요

시사점

- 본 연구의 방법론은 다중 트렌치 MBS 및 콜옵션 가치 평가를 위한 기초 단계로, 단일 트렌치에 대한 직관을 제공하는 의의가 있음

- 이자율모형과 조기상환율모형의 연결을 통해 단일 트렌치 MBS 및 콜옵션 가격에 조기상환 위험을 반영

020921541046303

- 본 연구보고서는 엄밀한 MBS 가격 결정 방법론을 제시하여 MBS 발행 및 유통 활성화에 다음과 같이 기여할 수 있을 것으로 기대됨
  - 본 보고서의 연구결과는 아직 공사 MBS의 발행구조를 반영하지 못한 한계가 있으나 향후 PartⅢ가 해결되면 MBS 가격 불확실성을 크게 감소시킬 수 있음
  - 이는 MBS 발행 시 트렌치별 적정 쿠폰금리 수준에 대한 벤치마크를 제공하여 공사와 MBS 발행 주간사 등의 MBS 가격 제시 부담을 크게 완화할 수 있음
  - 또한 MBS 발행 이후 자본시장에서 MBS 매수자와 매도자 간 벤치마크 가격을 제시할 수 있어 유통 활성화에 크게 기여할 것으로 기대됨

020921541046303

참 고 문 헌

1. Hull, J. C., and A. White, 1990, "Pricing Interest-Rate Derivative Securities," *The Review of Financial Studies*, Vol.3, No.5, pp573-592

2. Kolbe, A., and R. Zagst, 2008, "A Hybrid-Form Model for the Prepayment-Risk-Neutral Valuation of Mortgage-Backed Securities," International Journal of Theoretical and Applied Finance, Vol.11, No.6, pp635-656

3. 송완영・안세륭, 2017, "MBS 콜옵션 가치 평가 연구", 한국주택금융공사 주택금융연구원

4. 전동규, 2012, "균형이자율모형의 모수추정 방법", 성균관대학교 학위 논문

020921541046303